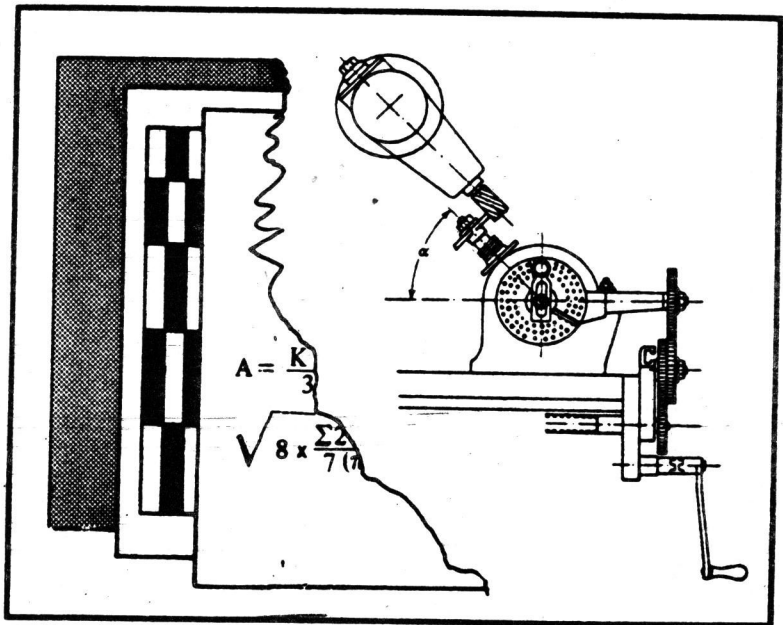


MATEMATIKA MESIN

2



Drs. Wiyoto

DEPARTEMEN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN DASAR DAN MENENGAH
PUSAT PENGEMBANGAN PENATARAN GURU TEKNOLOGI BANDUNG

MATEMATIKA MESIN 2

**Penulis :
Drs. Wiyoto**

**Penilai :
Drs. Wagirin**

**Edisi Kedua
Desember 2004**

**Diterbitkan Oleh :
Divisi Pengembangan Bahan Belajar
PPPG Teknologi Bandung
Jl. Pasantren Km. 2 Cimahi – 40513
Telp. (022) 2326 – 4486 fax. 4698**

PENGANTAR

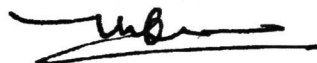
Pendekatan Pengembangan Sekolah Seutuhnya adalah pendekatan yang digunakan melalui Proyek Kerjasama Indonesia-Belanda (N-59) dalam kegiatannya turut membangun sekolah menengah kejuruan. Pengadaan buku ini sebagai salah satu komponen kegiatan pada proyek N-59 yang terintegrasi dengan komponen kegiatan lainnya.

Sebagai referensi tambahan bagi sekolah, buku ini masih relevan dengan kebutuhan pembelajaran, mengingat pengetahuan yang disajikan merupakan konsep dasar pengetahuan. Namun demikian, hendaknya buku ini tidak dijadikan sebagai satu-satunya referensi, tetapi mengingat perkembangan teknologi dan informasi yang pesat, perlu kiranya pihak sekolah menambah referensi lain yang relevan.

Buku ini dicetak ulang karena begitu banyaknya permintaan dari sekolah dari berbagai wilayah.

Kiranya buku ini memberikan manfaat bagi sekolah, guru dan siswa dalam peningkatan mutu pembelajaran.

Plh. Kepala
Kabag. Tata Usaha,



Drs. Sutomo, M.Ed.

DAFTAR ISI

	Halaman
KATA PENGANTAR	i
DAFTAR ISI	iii
BAB I GEOMETRI	
A. Sudut dan Garis Lurus	1
B. Segitiga	6
C. Lingkaran	12
D. Luas Isi dan Jaring-jaring	18
E. Titik Berat dan Volume Benda Putar	29
BAB II TRIGONOMETRI	
A. Dasar Perbandingan Trigonometri	39
B. Aturan Sinus dan Cosinus	47
C. Persamaan Trigonometri	53
BAB III FUNGSI DAN GRAFIK	
A. Grafik Data Empiris	61
B. Aturan Non-Linier yang Dapat Diubah Menjadi Bentuk Linier	68
C. Grafik Persamaan Kuadrat	78
KUNCI JAWABAN	83
DAFTAR PUSTAKA	91

BAB I

GEOMETRI

A. SUDUT DAN GARIS LURUS

Prinsip Dasar

Mengingat kembali dan mengaplikasikan prinsip-prinsip satuan sudut dan sifatsifat sudut dan garis lurus pada penyelesaian soal-soal.

Contoh

1. Suatu roda berputar dengan kecepatan $1 \frac{1}{8}$ put/detik.
 - a. Berapa radian/detik kecepatan sudutnya ?
 - b. Berapa derajat sudut yang ditempuh dalam 1 detik ?

Penyelesaian :

a. Kecepatan sudut = $1 \frac{1}{8} \times 2\pi$ radian/detik

$$= 2 \frac{1}{4} \pi \text{ rad/detik.}$$

b. Sudut yang ditempuh dalam 1 detik + $2 \frac{1}{4} \pi \times \frac{180^\circ}{\pi} = 405^\circ$.

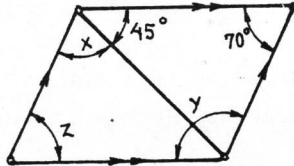
2. Sudut pada tiap sisi pengepas ketirusan adalah $2^\circ 36' 30''$. Pada pengaturan pemutaran eretan atas mesin bubut, satuan sudutnya dalam desimal derajat. Tentukan pengaturan dari sudut eretan untuk membuat sudut yang sesuai dengan sudut pengepas !

Penyelesaian :

$$\begin{aligned} 2^{\circ}36'30'' &= 2^{\circ} + \left(\frac{36}{60}\right)^{\circ} + \left(\frac{30}{3600}\right)^{\circ} \\ &= 2^{\circ} + 0,6^{\circ} + 0,0083^{\circ} \\ &= 2,6083^{\circ} \end{aligned}$$

Jadi pengaturan sudut eretan atasnya = $2,6083^{\circ}$.

3. Bagian dari suatu konstruksi landasan mesin, diberikan seperti diperlihatkan pada gambar di bawah. Tentukan besarnya sudut x , y dan sudut z .



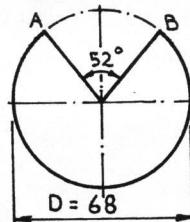
Penyelesaian :

$$\begin{aligned} x &= 180^{\circ} - 45^{\circ} - 70^{\circ} & y &= 45^{\circ} + 65^{\circ} & z &= 70^{\circ} \\ &= 65^{\circ} & &= 110^{\circ} \end{aligned}$$

Jadi sudut $x = 65^{\circ}$, $y = 110^{\circ}$ dan sudut $z = 70^{\circ}$

Soal-soal

1. Untuk bentuk dan ukuran seperti gambar, hitung panjang busur AB, jika keliling lingkaran = $3,142 \times D$.

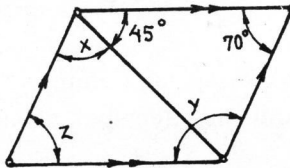


Penyelesaian :

$$\begin{aligned} 2^{\circ}36'30'' &= 2^{\circ} + \left(\frac{36}{60}\right)^{\circ} + \left(\frac{30}{3600}\right)^{\circ} \\ &= 2^{\circ} + 0,6^{\circ} + 0,0083^{\circ} \\ &= 2,6083^{\circ} \end{aligned}$$

Jadi pengaturan sudut eretan atasnya = $2,6083^{\circ}$.

3. Bagian dari suatu konstruksi landasan mesin, diberikan seperti diperlihatkan pada gambar di bawah. Tentukan besarnya sudut x , y dan sudut z .



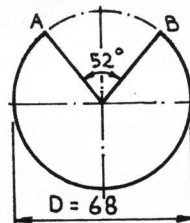
Penyelesaian :

$$\begin{aligned} x &= 180^{\circ} - 45^{\circ} - 70^{\circ} & y &= 45^{\circ} + 65^{\circ} & z &= 70^{\circ} \\ &= 65^{\circ} & &= 110^{\circ} \end{aligned}$$

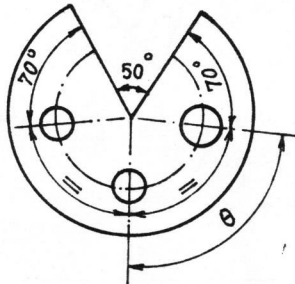
Jadi sudut $x = 65^{\circ}$, $y = 110^{\circ}$ dan sudut $z = 70^{\circ}$

Soal-soal

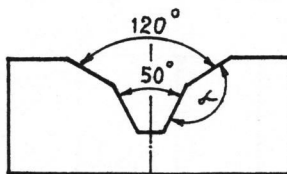
1. Untuk bentuk dan ukuran seperti gambar, hitung panjang busur AB, jika keliling lingkaran = $3,142 \times D$.



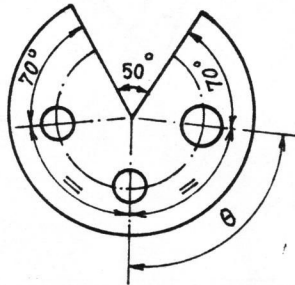
2. Kemiringan suatu benda kerja adalah $6^{\circ}48'$, sedangkan pengepas yang digunakan untuk mengecek kemiringan tersebut satuannya dalam desimal derajat. Tentukan pengepas yang sesuai untuk pengecek sudut tersebut.
3. Pada plat berbentuk juring lingkaran seperti gambar, akan dibuat tiga lubang dengan jalan pengeboran. Tentukan besar sudut θ .



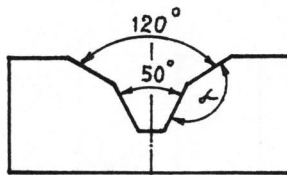
4. Putaran terendah dari suatu roda gigi cacing adalah $5\frac{1}{2}$ put/menit. Tentukan :
 - a. Kecepatan putarnya dalam derajat/detik.
 - b. Waktu yang diperlukan untuk berputar $78^{\circ}30'$.
5. Tentukan besarnya sudut α pada blok "V" yang mempunyai ketentuan seperti gambar.



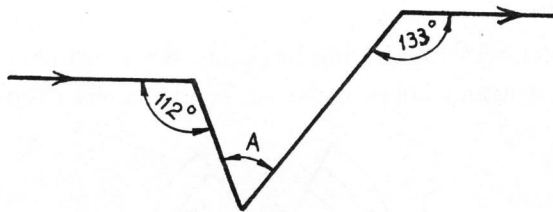
2. Kemiringan suatu benda kerja adalah $6^{\circ}48'$, sedangkan pengepas yang digunakan untuk mengecek kemiringan tersebut satuannya dalam desimal derajat. Tentukan pengepas yang sesuai untuk pengecek sudut tersebut.
3. Pada plat berbentuk juring lingkaran seperti gambar, akan dibuat tiga lubang dengan jalan pengeboran. Tentukan besar sudut θ .



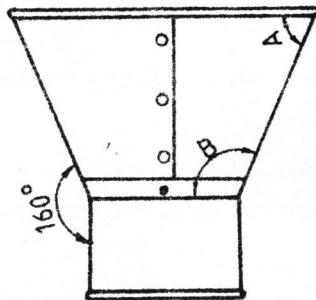
4. Putaran terendah dari suatu roda gigi cacing adalah $5\frac{1}{2}$ put/menit. Tentukan :
 - a. Kecepatan putarnya dalam derajat/detik.
 - b. Waktu yang diperlukan untuk berputar $78^{\circ}30'$.
5. Tentukan besarnya sudut α pada blok "V" yang mempunyai ketentuan seperti gambar.



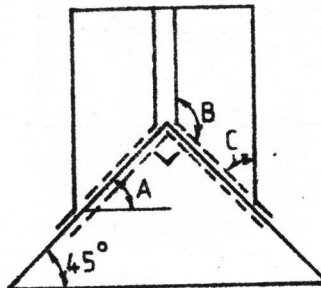
6. Tentukan besarnya sudut A dari bentuk mal (templete) seperti yang diperlihatkan pada gambar.



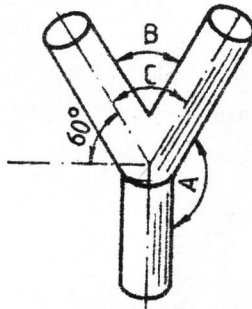
7. Perhatikan bentuk corong seperti gambar, kemudian hitung besar :
- sudut A
 - sudut B.



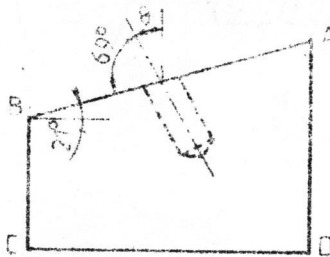
8. Sambungan plat yang telah dibentuk, dilakukan seperti yang ditunjukkan pada gambar. Tentukan besarnya sudut A, B dan sudut C.



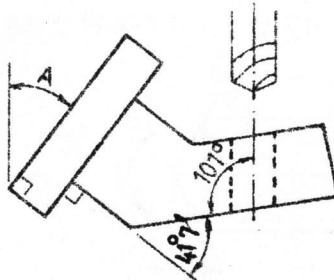
9. Tentukan besar sudut A, B dan sudut C, pada sambungan pipa seperti gambar.



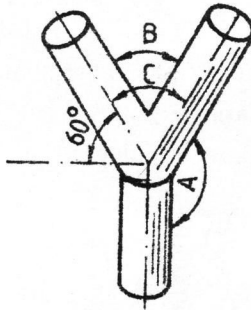
10. Pengeboran yang akan dilakukan pada suatu blok besi ABCD (lihat gambar), membentuk sudut 69° terhadap AB. Hitung pemutaran garis AB (sudut θ) yang harus dilakukan pada saat pengeboran.



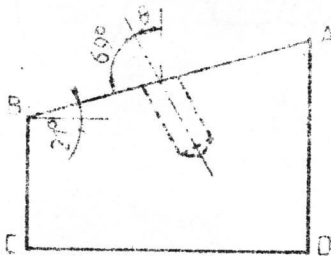
11. Tentukan besar sudut A pada bentuk besi cor yang akan dibor seperti gambar.



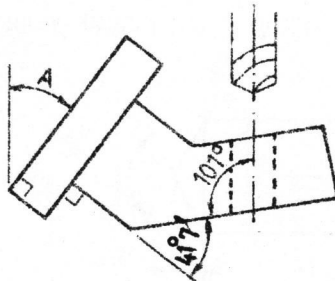
9. Tentukan besar sudut A, B dan sudut C, pada sambungan pipa seperti gambar.



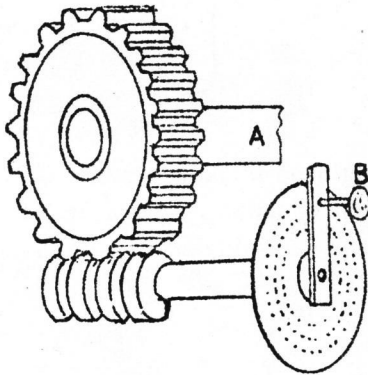
10. Pengeboran yang akan dilakukan pada suatu blok besi ABCD (lihat gambar), membentuk sudut 69° terhadap AB. Hitung pemutaran garis AB (sudut θ) yang harus dilakukan pada saat pengeboran.



11. Tentukan besar sudut A pada bentuk besi cor yang akan dibor seperti gambar.



12. Hubungan antara putaran handel (B) dan putaran benda kerja (A) pada konstruksi kepala pembagi, adalah seperti yang diperlihatkan pada gambar. Jika perbandingan gigi antara roda cacing dengan batang cacing 40 : 1, tentukan :
- Sudut yang ditempuh A, jika B berputar 1 putaran.
 - Putaran B, jika A harus terputar $31^{\circ}30'$
 - Putaran B, jika A harus terputar θ° .



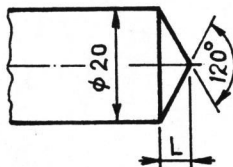
B. SEGITIGA

Prinsip Dasar

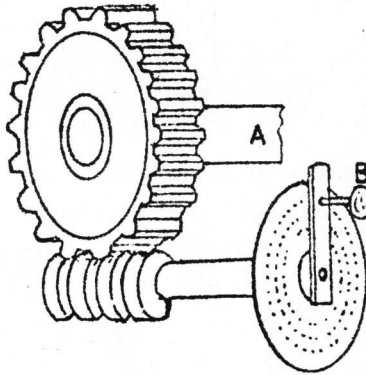
Mengingat dan mengaplikasikan sifat-sifat segitiga pada penyelesaian soal-soal.

Contoh

- Hitunglah panjang ketirusan (L) penitik yang mempunyai ketentuan seperti gambar.



12. Hubungan antara putaran handel (B) dan putaran benda kerja (A) pada konstruksi kepala pembagi, adalah seperti yang diperlihatkan pada gambar. Jika perbandingan gigi antara roda cacing dengan batang cacing 40 : 1, tentukan :
- Sudut yang ditempuh A, jika B berputar 1 putaran.
 - Putaran B, jika A harus terputar $31^{\circ}30'$
 - Putaran B, jika A harus terputar θ° .



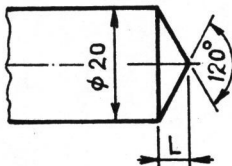
B. SEGITIGA

Prinsip Dasar

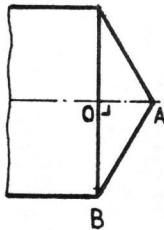
Mengingat dan mengaplikasikan sifat-sifat segitiga pada penyelesaian soal-soal.

Contoh

- Hitunglah panjang ketirusan (L) penitik yang mempunyai ketentuan seperti gambar.



Penyelesaian :



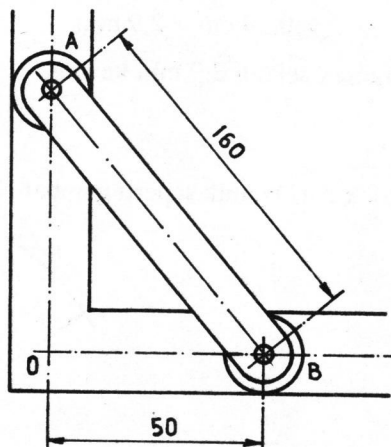
Pada segitiga ABO, $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 30^\circ$,
 $\angle D = 90^\circ$ dan $BO = 10 \text{ mm}$.

Menurut perbandingan sisi pada setitiga yang
 bersudut istimewa,

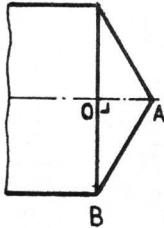
$$\begin{aligned} BO &= AO \sqrt{3} \text{ atau } AO = \frac{BO}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{10}{1,732} \\ &= 5,774 \end{aligned}$$

Jadi panjang ketirusan (L) = $AO = 5,774 \text{ mm}$.

2. Gambar di bawah memperlihatkan batang AB yang panjangnya 160 mm, serta rol A dan rol B yang dapat bergerak pada alur tegak lurus. Jika rol B bergerak 10 mm mendekati O, berapa jauhkah pusat rol A bergerak ?



Penyelesaian :



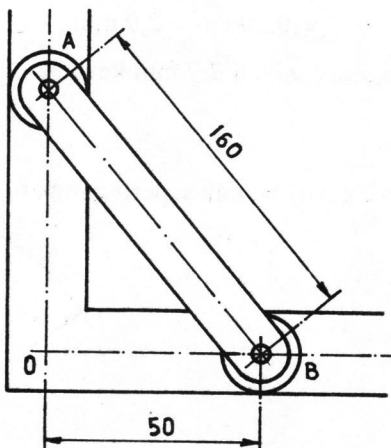
Pada segitiga ABO, $\angle A = 60^\circ$, $B = 30^\circ$,
 $\angle D = 90^\circ$ dan $BO = 10 \text{ mm}$.

Menurut perbandingan sisi pada setitiga yang bersudut istimewa,

$$\begin{aligned} BO &= AO \sqrt{3} \text{ atau } AO = \frac{BO}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{10}{1,732} \\ &= 5,774 \end{aligned}$$

Jadi panjang ketirusan (L) = $AO = 5,774 \text{ mm}$.

2. Gambar di bawah memperlihatkan batang AB yang panjangnya 160 mm, serta rol A dan rol B yang dapat bergerak pada alur tegak lurus. Jika rol B bergerak 10 mm mendekati O, berapa jauhkah pusat rol A bergerak ?



Penyelesaian :

Misalkan kita mengerjakan contoh ini dengan satuan dalam centimeter, maka $160 \text{ mm} = 16 \text{ cm}$ dan $50 \text{ mm} = 5 \text{ cm}$.

Menurut dalil Pythagoras :

$$(AB)^2 = (OB)^2 + (OA)^2$$

$$16^2 = (OB)^2 + (OA)^2$$

$$16^2 - (OB)^2 = (OA)^2$$

$$(OA)^2 = 256 - (OB)^2$$

Jika jarak B adalah 5 cm dari O, maka

$$(OA)^2 = 256 - 5^2 = 256 - 25 = 231$$

$$OA = \sqrt{231} = 15,20$$

Jika B bergerak 1 cm mendekati O, maka OB menjadi 4 cm

dan

$$(OA)^2 = 256 - 4^2 = 256 - 16 = 240$$

$$OA = \sqrt{240} = 15,49$$

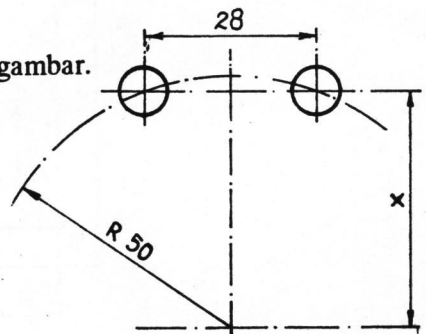
Selisih harga OA = $15,49 \text{ cm} - 15,20 \text{ cm}$

$$= 0,29 \text{ cm} = 2,9 \text{ mm}.$$

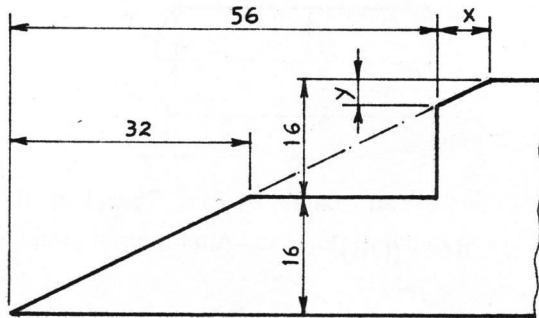
Jadi rol A bergerak sejauh 2,9 mm ke atas.

Soal-soal

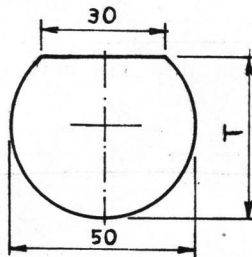
1. Tentukan jarak x dari bentuk seperti gambar.



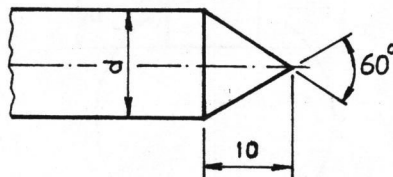
2. Hitung panjang x dan panjang y dari bentuk seperti gambar.



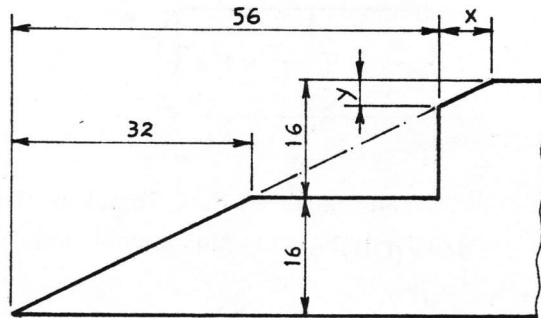
3. Tentukan besar dimensi T pada plat lingkaran yang dipotong seperti gambar.



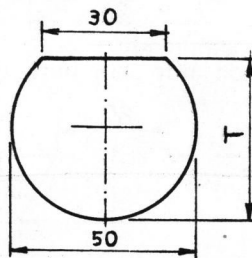
4. Tentukan besar diameter (d) yang diperlukan untuk membuat penitik dengan ketentuan seperti gambar.



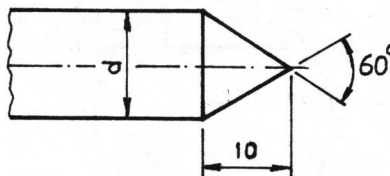
2. Hitung panjang x dan panjang y dari bentuk seperti gambar.



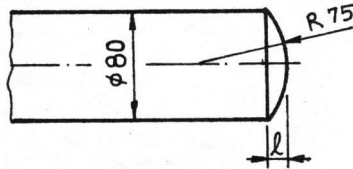
3. Tentukan besar dimensi T pada plat lingkaran yang dipotong seperti gambar.



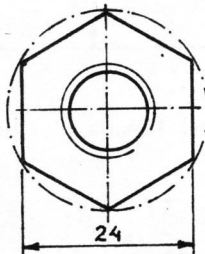
4. Tentukan besar diameter (d) yang diperlukan untuk membuat penitik dengan ketentuan seperti gambar.



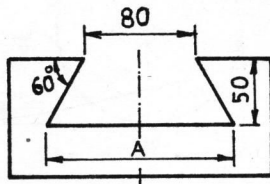
5. Pinggulan pada ujung batang silinder, mempunyai ketentuan seperti gambar. Hitung ukuran l.



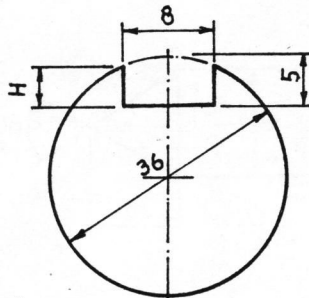
6. Lebar kunci suatu mur adalah 24 mm. Tentukan diameter minimum dari bahan yang dapat digunakan untuk membuat mur tersebut.



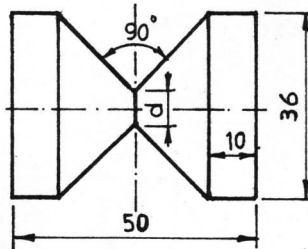
7. Hitung lebar A pada alur ekor burung yang mempunyai ketentuan seperti gambar.



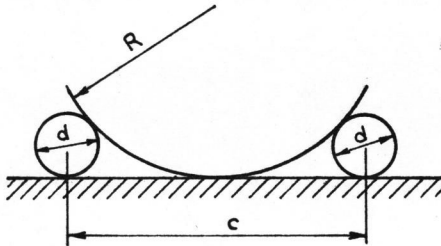
8. Lebar alur pasak pada suatu poros adalah 8 mm. Jika diameter poros 36 mm, hitung panjang H (lihat gambar).



9. Tentukan panjang dimensi d pada bentuk seperti gambar.

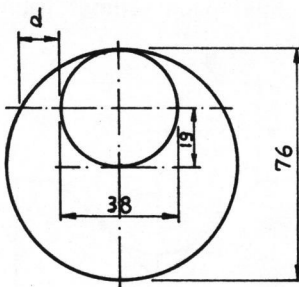


10. Dengan menggunakan dalil Pythagoras, buktikan bahwa radius (R) dari busur seperti gambar dapat dihitung menggunakan persamaan



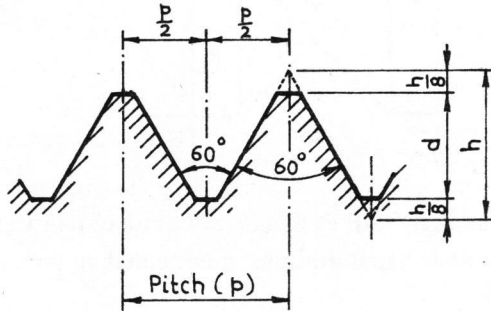
$$R = \frac{c^2}{8d}$$

11. Plat berbentuk lingkaran dilubangi dengan bor berdiameter 38 mm (lihat gambar). Hitung jarak d ?



12. Bentuk ulir Amerika, mempunyai ketentuan seperti yang diperlihatkan pada gambar. Hitung kedalaman d , untuk ulir yang mempunyai pitch

$$(p) = \frac{1}{10} \text{ inch dan } d = \frac{3}{4} h.$$



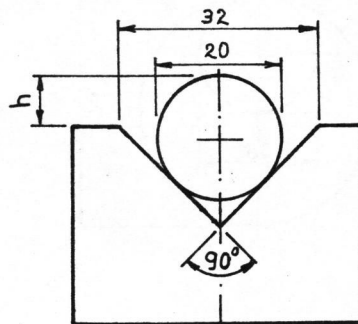
C. LINGKARAN

Prinsip Dasar

Mengingat dan mengaplikasikan sifat-sifat lingkaran pada penyelesaian soal-soal.

Contoh

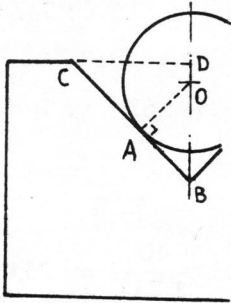
1. Suatu celah berbentuk "V" akan dikoreksi kebenarannya dengan menggunakan rol berdiameter 20 mm. Jika ketentuan lain diberikan seperti tampak pada gambar, hitung jarak h .



Penyelesaian :

Dengan membuat garis-garis pertolongan seperti gambar di bawah, diperoleh $\angle OBA = 45^\circ$, dimana O merupakan titik pusat rol dan A titik kontak terhadap "V" serta $\angle OAB = 90^\circ$

Panjang garis $CD = \frac{1}{2} \times 32 \text{ mm} = 16 \text{ mm}$, dan $CD = DB$.



Dari segitiga OAB, diperoleh

$$OA = AB = \frac{1}{2} \times 20 \text{ mm} = 10 \text{ mm.}$$

$$OB^2 = OA^2 + AB^2 = 10^2 + 10^2 = 200$$

$$OB = \sqrt{200} = 14,14 \text{ mm.}$$

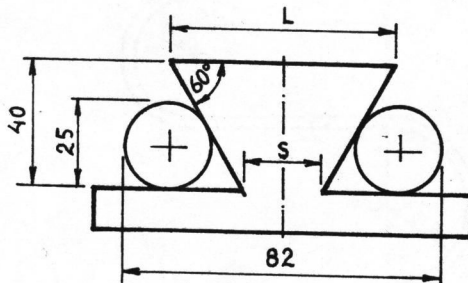
Karena $OB = 14,14$, maka titik O terletak $16 \text{ mm} - 14,14 \text{ mm} = 1,86$ di bawah top dari "V".

Jadi $h = \text{jari-jari rol} - 1,86$

$$= 10 - 1,86$$

$$= 8,14 \text{ mm.}$$

2. Tentukan besar ukuran S dan ukuran L dari blok bentuk ekor burung yang mempunyai ketentuan seperti gambar di bawah.



Penyelesaian :

Dengan menarik garis-garis pertolongan seperti gambar di samping, diperoleh $\angle OAB = 30^\circ$, $\angle ABO$ dan $\angle ADE = 90^\circ$. sedangkan $BC = \frac{1}{2} \times 25 \text{ mm} = 12,5 \text{ mm}$.

Dari segitiga ABO :

$$AB = BO\sqrt{3} = 12,5 \times 1,732 = 21,65$$

Sehingga
$$S = 82 - 2(AB + BC)$$

$$= 82 - 2(21,65 + 12,5)$$

$$= 13,7$$

Dari segitiga ADE :

$$DE = \frac{AD}{\sqrt{3}} = \frac{40}{1,732} = 23,095$$

Sehingga
$$L = S + 2DE$$

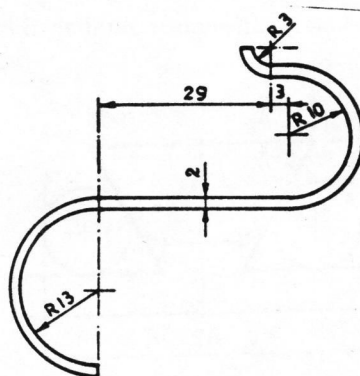
$$= 13,7 + 2(23,095)$$

$$= 59,89$$

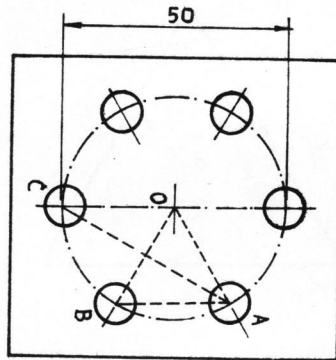
Jadi ukuran $S = 13,7 \text{ mm}$ dan ukuran $L = 59,89 \text{ mm}$.

Soal-soal

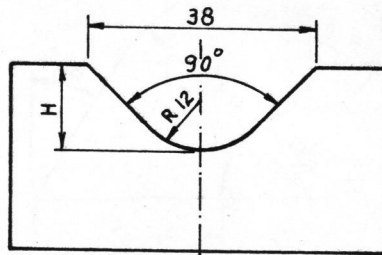
1. Hitung panjang sumbu pipa yang dibentuk seperti gambar di bawah.



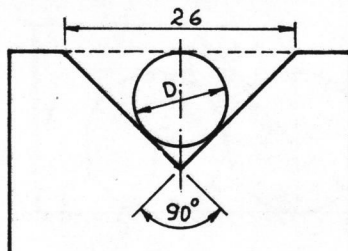
2. Enam lubang dibuat pada keliling lingkaran yang berdiameter 50 mm, dengan jarak pusat satu sama lain yang berdekatan sama. Perhatikan gambar dan hitung jarak AB dan jarak AC.



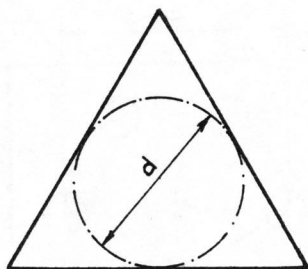
3. Bagian bawah suatu blok "V" mempunyai radius 12 mm dan ketentuan lainnya diberikan seperti gambar di bawah. Hitung jarak H.



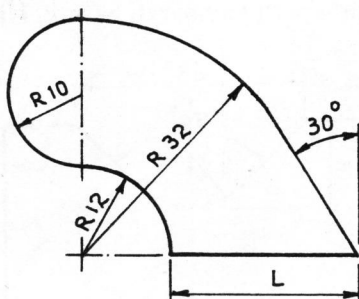
4. Tentukan ukuran diameter rol yang tepat menyinggung bagian "V" dan perpanjangan puncak blok "V" seperti gambar.



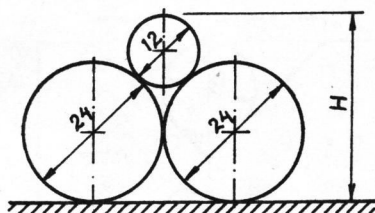
5. Tentukan ukuran diameter lingkaran maksimum yang dapat dibuat dari bentuk segitiga sama sisi 40 mm.



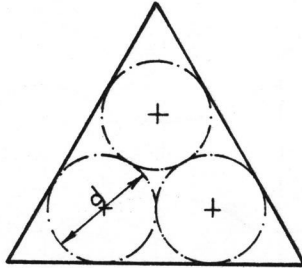
6. Hitung ukuran L, pada mal (temple) yang mempunyai ketentuan seperti gambar di bawah.



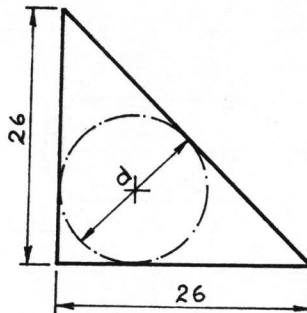
7. Tiga rol pembentuk plat disusun seperti gambar. Hitung tinggi H.



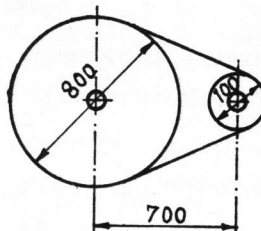
8. Tiga batang selinder yang mempunyai diameter sama ditempatkan dalam suatu tempat berbentuk segitiga sama sisi seperti gambar. Jika panjang tiap sisi segitiga 50 mm, hitung besar diameter masing-masing batang selinder.



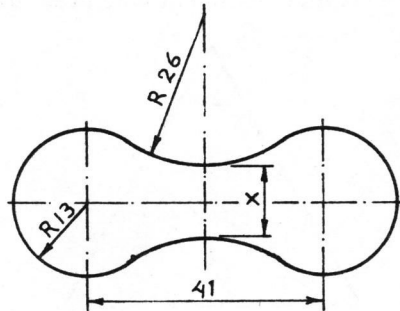
9. Tentukan ukuran maksimum diameter silinder yang dapat dimasukkan ke dalam tempat berbentuk segitiga sama kaki seperti gambar di bawah.



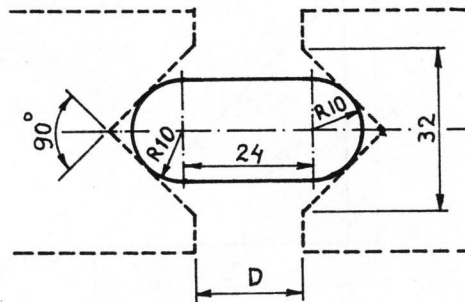
10. Hitung panjang sabuk yang digunakan pada transmisi dengan pulley seperti gambar di bawah.



11. Berapakah seharusnya ukuran x pada mata rantai yang mempunyai ketentuan seperti gambar ?



12. Dua blok "V" diatur untuk penempatan komponen yang mempunyai bentuk seperti gambar. Jika komponen tepat menyinggung "V" tentukan jarak D.



D. LUAS, ISI DAN JARING-JARING

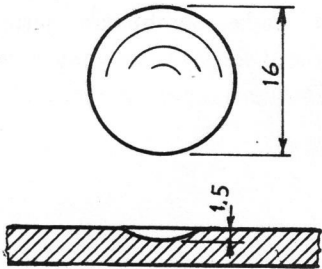
Prinsip Dasar

Mengingat dan mengaplikasikan rumus-rumus luas dan isi bentuk-bentuk geometri pada penyelesaian soal-soal.

Mempelajari prinsip-prinsip perhitungan sudut pada pembuatan jaring-jaring dan penentuan panjang bidang miring, seperti pada contoh berikut.

Contoh

1. Dalam suatu percobaan kekerasan Brinnel dengan menggunakan bola berdiameter 16 mm, diperoleh kedalaman 1,5 mm. Tentukan luas selimut tembereng bola (bekas penekanannya) pada bahan yang dicoba.

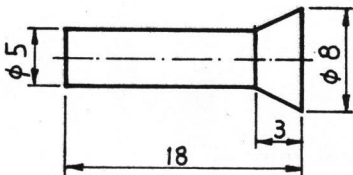


Penyelesaian :

$$\begin{aligned}\text{Luas tembereng bola} &= \pi \cdot D \cdot t \\ &= 3,142 (16) (1,5) \\ &= 75,408 \text{ mm}^2\end{aligned}$$

Jadi luas selimut tembereng bola = 75,408 mm².

2. Suatu pena berkepala seperti gambar, kepalanya dibentuk dari sebagian panjang pena. Berapakah panjang asal pena tersebut agar menghasilkan ukuran seperti pada gambar ?



Penyelesaian :

$$\begin{aligned}\text{Volume kepala pena} &= \frac{\pi \cdot h}{3} (R^2 + Rr + r^2) \\ &= \frac{\pi \cdot 3}{3} (4^2 + 4 \cdot 2,5 + 2,5^2) \\ &= \pi (16 + 10 + 6,25) \\ &= 32,25 \pi\end{aligned}$$

Volume ini dibentuk dari silinder dengan diameter 5 mm, sehingga diperoleh persamaan

$$\frac{\pi \cdot 5^2 \cdot L}{4} = 32,25 \pi \quad (L = \text{panjang silinder untuk membuat kepala})$$

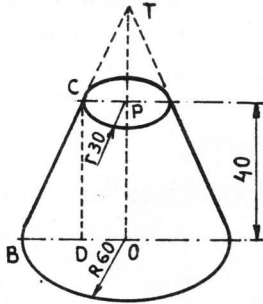
$$\begin{aligned}L &= \frac{(4) 32,25 \pi}{25} \\ &= 5,16 \text{ mm}\end{aligned}$$

Penambahan panjang yang diperlukan = $5,16 - 3 = 2,16$ mm

Jadi panjang pena sebelum dibentuk = $18 + 2,16$

= 20,16 mm.

3.



Tentukan perhitungan yang perlu dilakukan pada pembuatan jaring-jaring kerucut terpancung yang mempunyai ketentuan seperti gambar.

Penyelesaian :

Dari hubungan $\triangle TOB$ dan $\triangle TPC$ diperoleh

$$TP : TO = CP : BO, \text{ dimana } TO = TP + PO$$

$$TP \times BO = TO \times CP$$

$$TP \times 60 = (TP + 40) \times 30$$

$$30TP = 40 \times 30$$

$$TP = 40 \text{ mm}$$

Dari $TO = TP + PO$, diperoleh

$$TO = 40 + 40 = 80 \text{ mm}$$

Dari segitiga TBO , diperoleh

$$TB = \sqrt{TO^2 + BO^2}$$

$$= \sqrt{80^2 + 60^2}$$

$$= 100 \text{ mm}$$

Jaring-jaring kerucut merupakan sektor lingkaran dengan jari-jari 100 mm dan sudut pusat θ , dimana besarnya θ diperoleh dari

$$\frac{\theta}{360^\circ} = \frac{2\pi R}{2\pi(TB)}$$

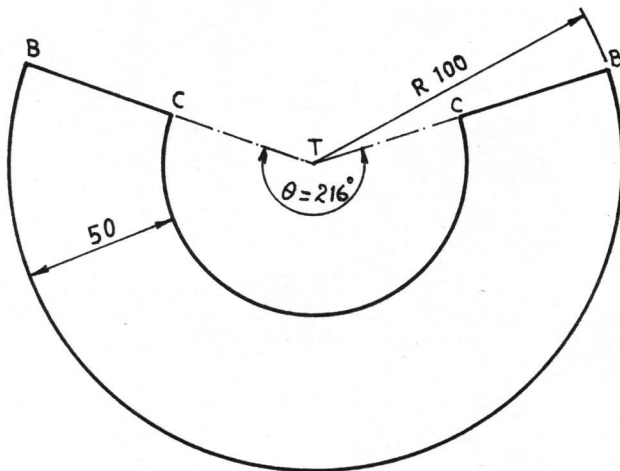
$$\theta = \frac{R}{TB} \times 360^\circ$$

$$= \frac{60}{100} \times 360^\circ = 216^\circ$$

Panjang BC dapat diperoleh dari segitiga BCD, yaitu :

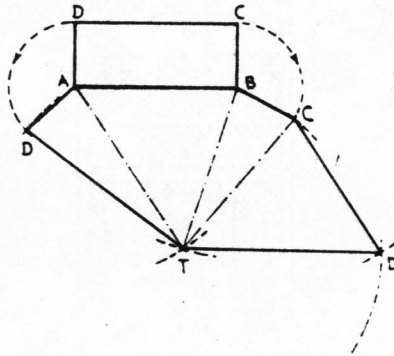
$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{BD^2 + CD^2} \\ &= \sqrt{(60 - 30)^2 + 40^2} \\ &= 50 \text{ mm} \end{aligned}$$

Jadi ukuran-ukuran yang diperlukan adalah seperti pada gambar berikut :



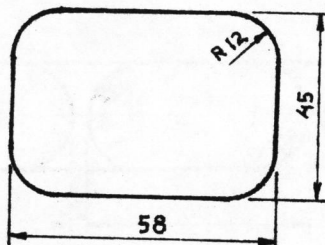
Panjang AT dan DT diperoleh dengan membuat busur TT_1 dengan jari-jari ET hingga memotong sumbu mendatar di T_1 . Kemudian menghubungkan titik A dengan titik T_1 dan titik D dengan titik T_1 . Panjang BT dan panjang CT, diperoleh dengan cara serupa seperti menentukan panjang AT dan DT.

Di samping cara seperti di atas, ada cara lain dalam menentukan jaring-jaring, sebagai berikut :

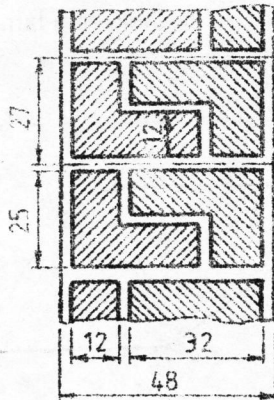


Soal-soal

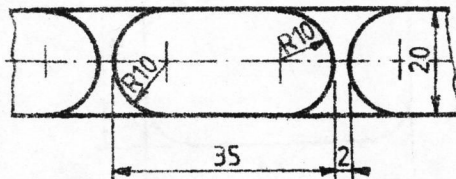
1. Tentukan luas bentuk plat yang mempunyai ketentuan seperti gambar.



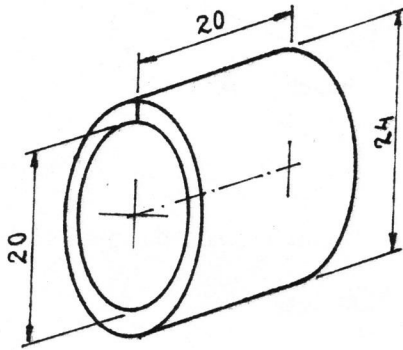
2. Kepingan-kepingan plat bentuk siku, akan dilas pada plat strip yang kedudukannya disusun seperti gambar. Hitung :
- Luas tiap kepingan plat.
 - Luas plat strip untuk penempatan dua kepingan plat.
 - Persentase kelebihan luas plat strip terhadap luas dua kepingan plat.



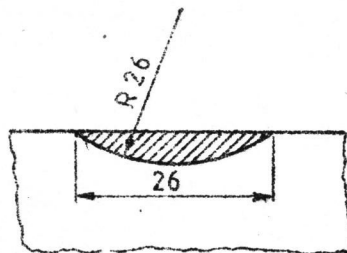
3. Bentuk keping plat seperti gambar, dibuat dari plat strip dengan pemotongan pres. Hitung :
- Luas tiap keping plat.
 - Persentase luas plat strip yang terbuang untuk membuat satu keping.



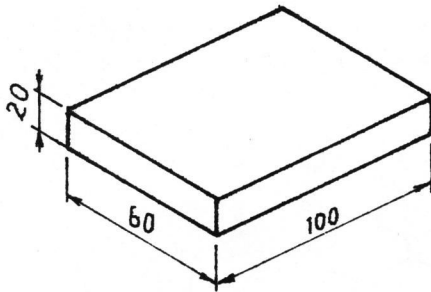
4. Tentukan panjang (L), tebal (t) dan luas (A) dari plat yang akan di rol membentuk bus seperti gambar.



5. Daya yang diperlukan pada pemotongan di mesin frais akan tergantung pada luas penampang benda yang dipotong. Jika penampang potong benda diperlihatkan seperti gambar, hitung luas penampang potong tersebut.

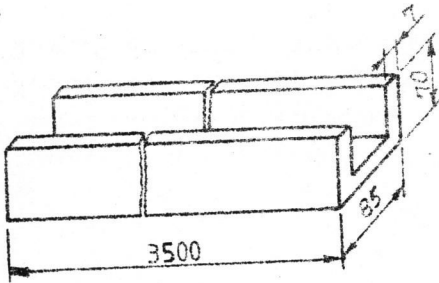


6. Blok baja dengan ukuran seperti gambar, akan dikerjakan pada mesin skrap. Untuk ukuran 100 mm menjadi 80 mm, ukuran 60 mm menjadi 50 mm dan untuk ukuran 20 mm menjadi 16 mm. Jika kecepatan pemotongan 10 m/detik lebar pemakanan 0,5 mm dan kedalaman pemakanan 1 mm, berapa menitkah blok tersebut dapat diselesaikan ? (waktu pengaturan dan pemasangan peralatan diabaikan).

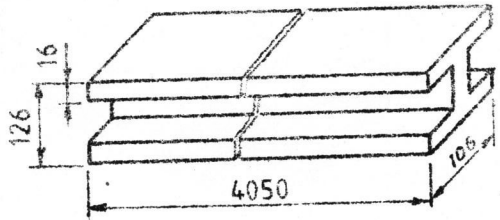


Tentukan volume bentuk-bentuk benda pada soal 7 sampai 14.

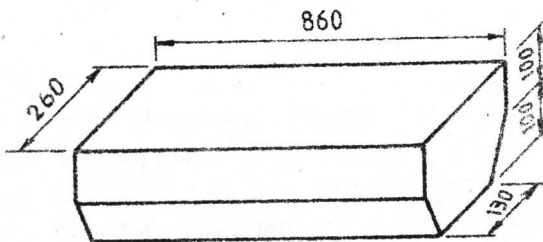
7.



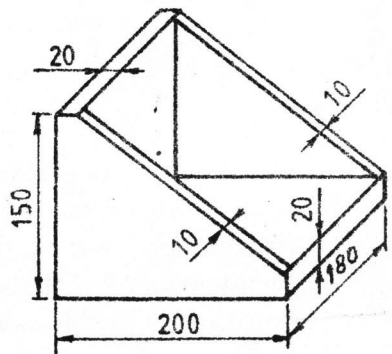
8.



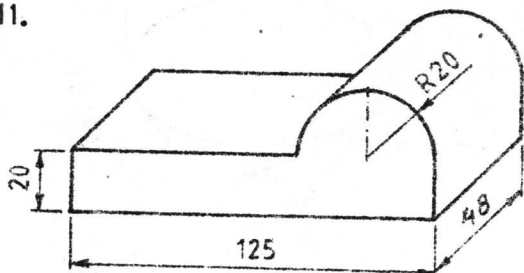
9.



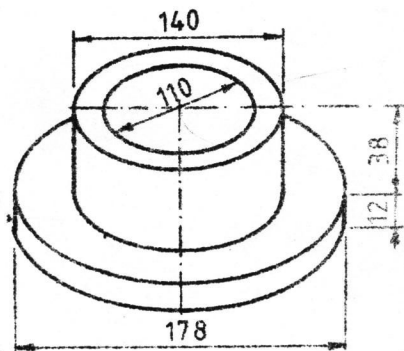
10.



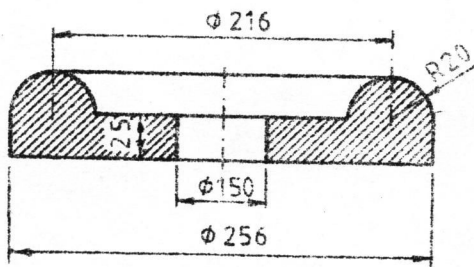
11.



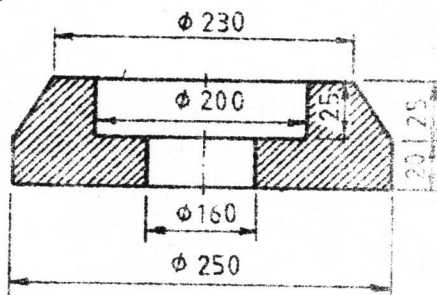
12.



13.

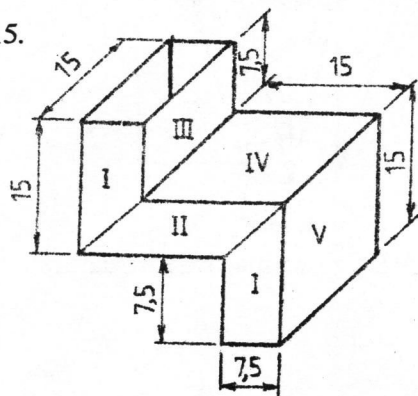


14.

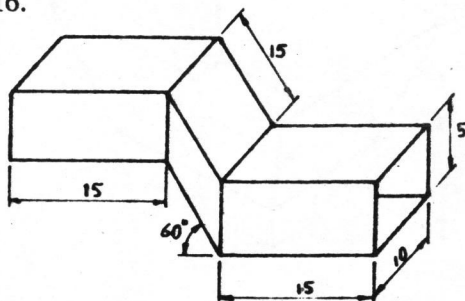


Tentukan jaring-jaring bentuk seperti gambar pada soal 15 sampai 20, disertai ukuran-ukurannya.

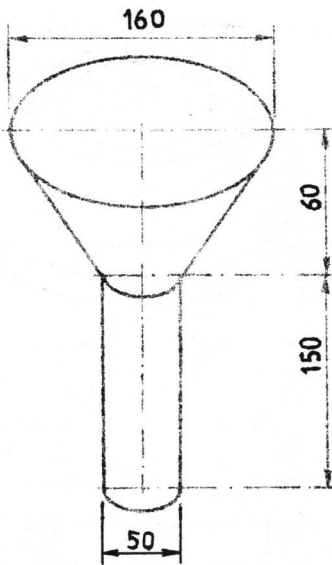
15.



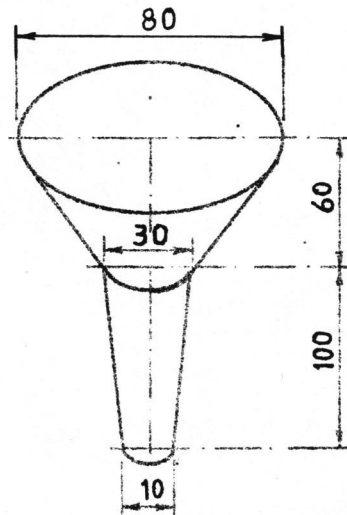
16.



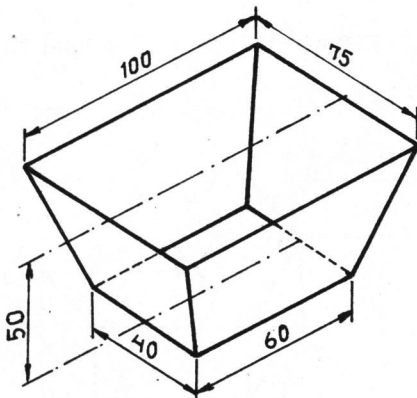
17.



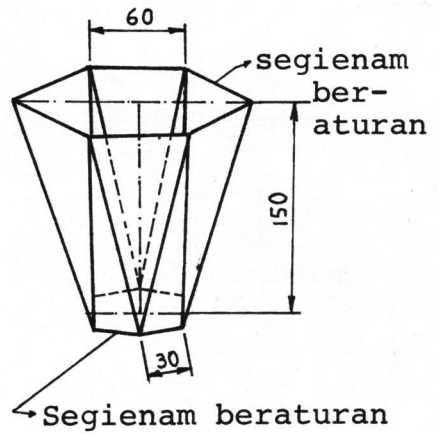
18.



19.



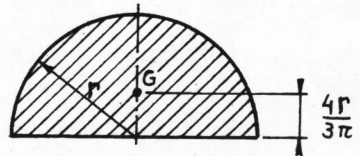
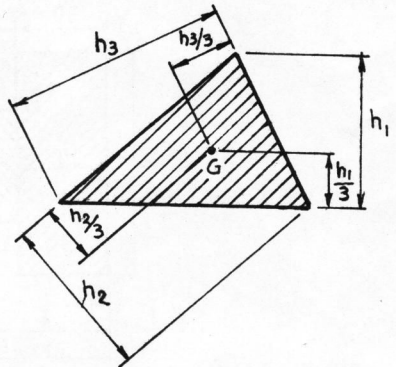
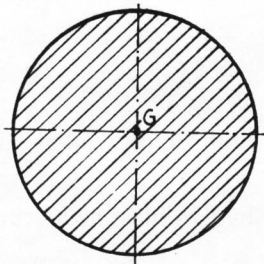
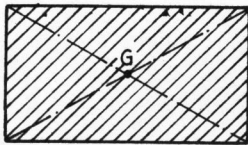
20.



E. TITIK BERAT DAN VOLUME BENDA PUTAR

Prinsip Dasar

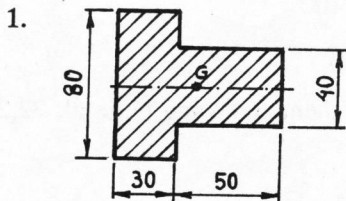
Mempelajari prinsip penentuan titik berat bidang dan volume benda putar serta mengaplikasikannya pada penyelesaian soal-soal.



G = Titik berat

Volume benda putar = Luas x keliling garis edar titik berat.

Contoh

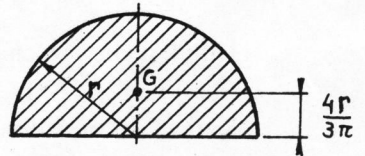
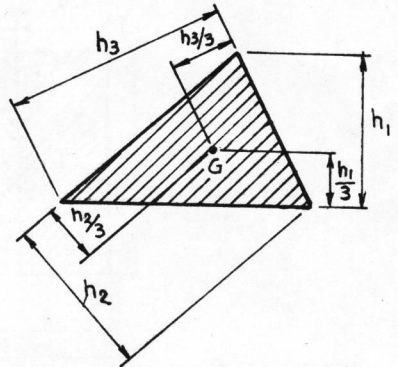
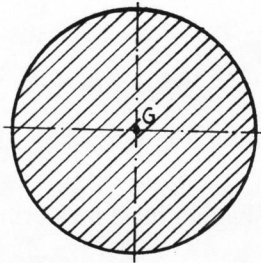
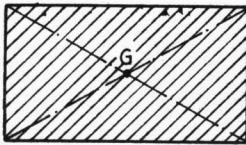


Tentukan posisi titik berat (G) dari luas penampang yang mempunyai ketentuan seperti gambar.

E. TITIK BERAT DAN VOLUME BENDA PUTAR

Prinsip Dasar

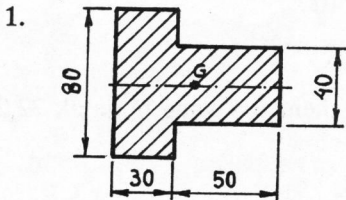
Mempelajari prinsip penentuan titik berat bidang dan volume benda putar serta mengaplikasikannya pada penyelesaian soal-soal.



G = Titik berat

Volume benda putar = Luas x keliling garis edar titik berat.

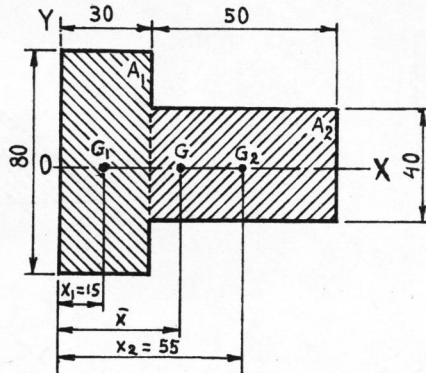
Contoh



Tentukan posisi titik berat (G) dari luas penampang yang mempunyai ketentuan seperti gambar.

Penyelesaian :

Misalkan lokasi sumbu OX dan sumbu OY, dibuat seperti yang ditunjukkan pada gambar di bawah. Karena penampangnya simetri terhadap sumbu OX, maka titik beratnya akan terletak pada sumbu x sehingga $Y = 0$.



Untuk memperoleh \bar{x} (jarak titik berat ke sumbu Y), digunakan rumus $(\sum A) \bar{x} = (\sum Ax)$.

Karena dalam hal ini hanya mempunyai dua bagian luas, maka rumusnya menjadi :

$$(A_1 + A_2) \bar{x} = (A_1 x_1 + A_2 x_2)$$

Dengan mensubstitusi harga-harganya, diperoleh

$$(30 \times 80 + 50 \times 40) \bar{x} = (30 \times 80 \times 15 + 50 \times 40 \times 55)$$

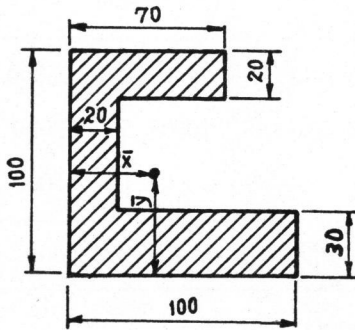
$$(2400 + 2000) \bar{x} = 36000 + 110000$$

$$\bar{x} = \frac{146000}{4400}$$

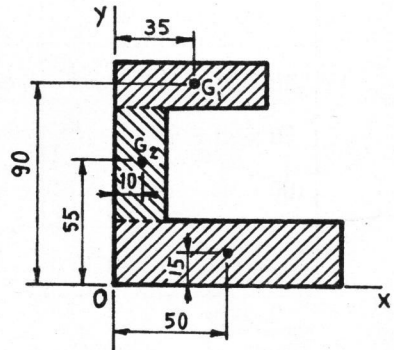
$$= 33,2$$

Jadi titik berat terletak pada sumbu mendatar yang berjarak 32,2 mm dari ujung kiri.

2. Tentukan letak titik berat dari luas penampang yang mempunyai keten-tuan seperti gambar (a) berikut.



(a)



(b)

Penyelesaian :

Misalkan seluruh luas penampang dibagi menjadi tiga bagian seperti yang diperlihatkan pada gambar (b), dan sumbu X serta sumbu Y juga ditentukan lebih dulu. Untuk memperoleh \bar{x} , kita harus menggunakan rumus

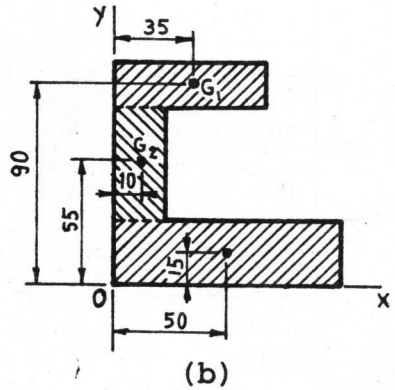
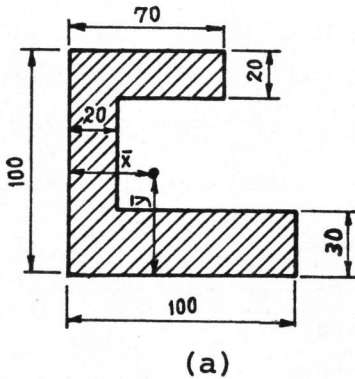
$$(\Sigma A) \bar{x} = (\Sigma Ax),$$

sedangkan untuk memperoleh \bar{y} , digunakan rumus

$$(\Sigma A) \bar{y} = (\Sigma Ay).$$

Agar perhitungan lebih sederhana, dapat dibuat daftar seperti berikut :

2. Tentukan letak titik berat dari luas penampang yang mempunyai ketentuan seperti gambar (a) berikut.



Penyelesaian :

Misalkan seluruh luas penampang dibagi menjadi tiga bagian seperti yang diperlihatkan pada gambar (b), dan sumbu X serta sumbu Y juga ditentukan lebih dulu. Untuk memperoleh \bar{x} , kita harus menggunakan rumus

$$(\sum A) \bar{x} = (\sum Ax),$$

sedangkan untuk memperoleh \bar{y} , digunakan rumus

$$(\sum A) \bar{y} = (\sum Ay).$$

Agar perhitungan lebih sederhana, dapat dibuat daftar seperti berikut :

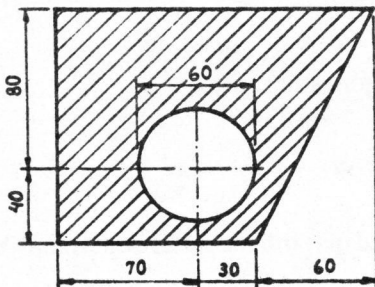
Luas A	Jarak ke titik berat		Momen dari luas	
	Dari Oy x	Dari Ox y	Terhadap Oy Ax	Terhadap Ox Ay
20 x 20 = 4000	35	90	1400 x 35 = 49000	1400 x 90 = 126000
20 x 50 = 1000	10	55	100 x 10 = 10000	1000 x 55 = 55000
100 x 30 = 3000	50	15	3000 x 50 = 150000	3000 x 15 = 45000
$\Sigma A = 5400$			$\Sigma Ax = 209000$	$\Sigma Ay = 226000$

Sehingga $\bar{x} = \frac{\Sigma Ax}{\Sigma A} = \frac{209000}{5400} = 38,7$

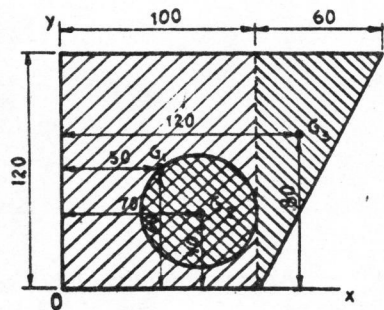
dan $\bar{y} = \frac{\Sigma Ay}{\Sigma A} = \frac{226000}{5400} = 41,9$

Jadi titik berat penampang terletak pada 38,7 mm ke kanan dari ujung kiri dan 41,9 di atas dari bagian alas.

3. Tentukan posisi titik berat dari luas penampang menyilang suatu bentuk seperti yang diperlihatkan pada gambar (a).



(a)



(b)

Penyelesaian :

Misalkan luas yang ada dibagi-bagi seperti ditunjukkan pada gambar (b) disertai dengan pengambilan sumbu x dan sumbu y.

Perlu diperhatikan bahwa bagian yang kosong (lingkaran) harus dianggap mempunyai harga yang negatif dalam perhitungan luas. Kemudian dengan menyelesaikan seperti contoh soal 2, diperoleh :

Luas A	Jarak ke titik berat		Momen dari luas	
	Dari Oy x	Dari Ox y	Terhadap Oy Ax	Terhadap Ox Ay
$100 \times 120 = 12000$	50	60	$12000 \times 50 = 600000$	$12000 \times 60 = 720000$
$-\pi \times 30^2 = -2827$	70	40	$-2827 \times 70 = -197890$	$-2827 \times 40 = -113080$
$1/260 \times 120 = 3600$	120	80	$3600 \times 120 = 432000$	$3600 \times 80 = 288000$
$\Sigma A = 12773$			$\Sigma Ax = 834110$	$\Sigma Ay = 894920$

Sehingga

$$\bar{x} = \frac{\Sigma Ax}{\Sigma A} = \frac{834110}{12773} = 65,3$$

$$\text{dan } \bar{y} = \frac{\Sigma Ay}{\Sigma A} = \frac{894920}{12773} = 70,1$$

Jadi titik berat penampang terletak pada 65,3 mm ke kanan dari ujung kiri dan 70,1 mm di atas dari bagian dasar.

Penyelesaian :

Misalkan luas yang ada dibagi-bagi seperti ditunjukkan pada gambar (b) disertai dengan pengambilan sumbu x dan sumbu y.

Perlu diperhatikan bahwa bagian yang kosong (lingkaran) harus dianggap mempunyai harga yang negatif dalam perhitungan luas. Kemudian dengan menyelesaikan seperti contoh soal 2, diperoleh :

Luas A	Jarak ke titik berat		Momen dari luas	
	Dari Oy x	Dari Ox y	Terhadap Oy Ax	Terhadap Ox Ay
$100 \times 120 = 12000$	50	60	$12000 \times 50 = 600000$	$12000 \times 60 = 720000$
$-\pi \times 30^2 = -2827$	70	40	$-2827 \times 70 = -197890$	$-2827 \times 40 = -113080$
$1/2 \times 60 \times 120 = 3600$	120	80	$3600 \times 120 = 432000$	$3600 \times 80 = 288000$
$\Sigma A = 12773$			$\Sigma A_x = 834110$	$\Sigma A_y = 894920$

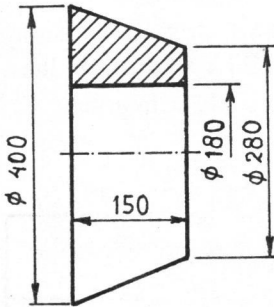
Sehingga

$$\bar{x} = \frac{\Sigma A_x}{\Sigma A} = \frac{834110}{12773} = 65,3$$

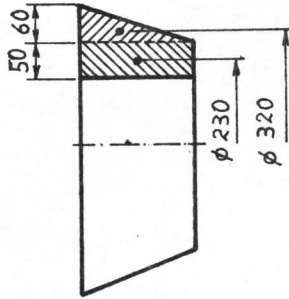
$$\text{dan } \bar{y} = \frac{\Sigma A_y}{\Sigma A} = \frac{894920}{12773} = 70,1$$

Jadi titik berat penampang terletak pada 65,3 mm ke kanan dari ujung kiri dan 70,1 mm di atas dari bagian dasar.

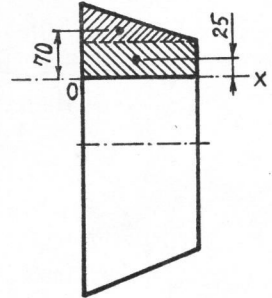
4. Tentukan besarnya volume benda dengan penampang potong ukuran seperti gambar (a).



(a)



(b)



(c)

Penyelesaian :

Dalam menyelesaikan soal ini dapat digunakan dua cara seperti yang diberikan berikut :

Cara I

Misalkan luas bagian penampang dibagi dalam bentuk segitiga dan segiempat seperti gambar (b), sehingga diperoleh :

$$\begin{aligned}
 \text{Volume} &= (\text{Luas segitiga} \times \pi \cdot 320) + (\text{Luas segiempat} \times \pi \cdot 230) \\
 &= \left(\frac{1}{2} \times 60 \times 150 \times 3,142 \times 320 \right) + (50 \times 150 \times 3,142 \times 230) \\
 &= 4524480 + 5419950 \\
 &= 9944430
 \end{aligned}$$

Jadi volume benda 9944430 mm^3 atau 9,94443 liter.

Cara II

Misalkan luas bagian penampang dibagi dalam bentuk segitiga dan segiempat, serta sumbu Ox diambil seperti gambar (c), sehingga diperoleh jarak titik berat penampang terhadap sumbu Ox seperti berikut :

Luas A	Jarak ke titik berat dari sumbu Ox = y	Momen dari luas terhadap Ox = Ay
$\frac{1}{2} \times 60 \times 150 = 4500$	70	315000
$50 \times 150 = 7500$	25	187500
$\Sigma A = 12000$		$\Sigma Ay = 502500$

$$\bar{y} = \frac{502500}{12000} = 41,875$$

Besarnya diameter lingkaran dari garis edar titik berat adalah

$$180 + 2(41,875) = 263,75$$

$$\text{Volume} = 12000 \times 3,142 \times 263,75$$

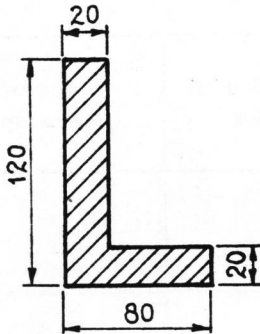
$$= 9944430$$

Jadi volume benda 9944430 mm^3 atau 9,94443 liter.

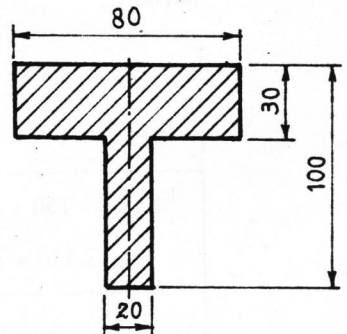
Soal-soal

Tentukan letak titik berat bentuk-bentuk berikut terhadap ujung sebelah kiri dan atau bagian dasarnya .

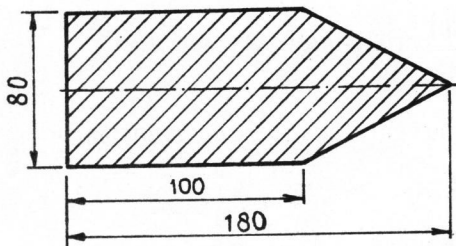
1.



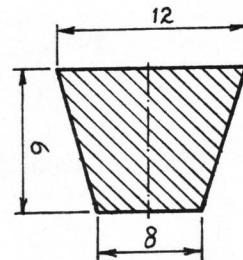
2.



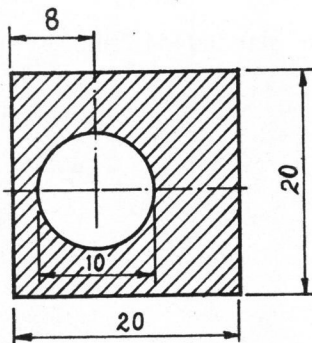
3.



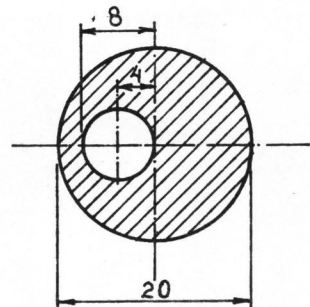
4.



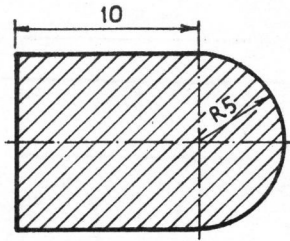
5.



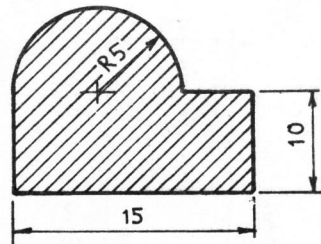
6.



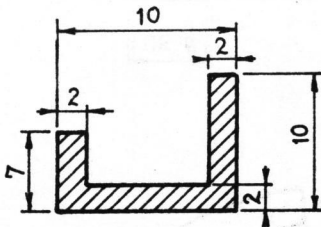
7.



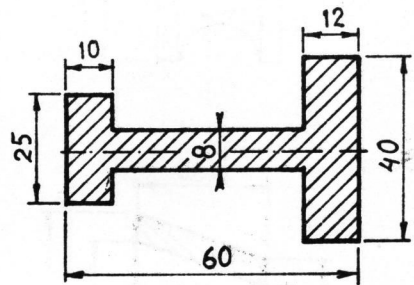
8.



9.

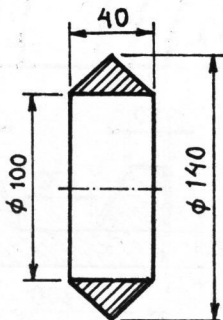


10.

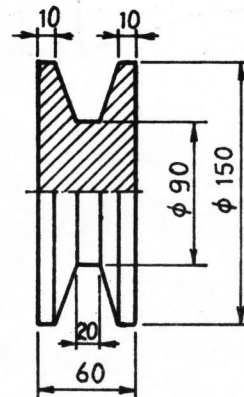


Tentukan volume bentuk-bentuk berikut untuk kepejalannya !

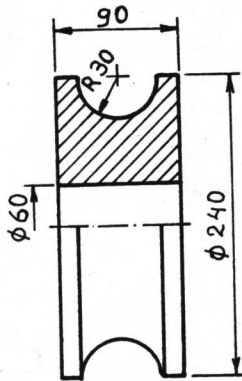
11.



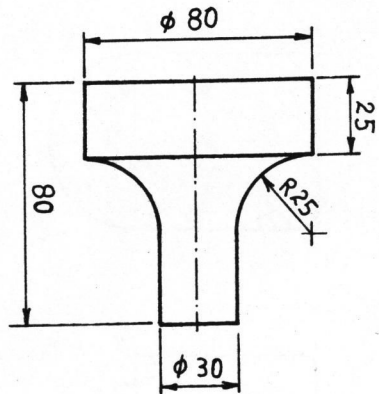
12



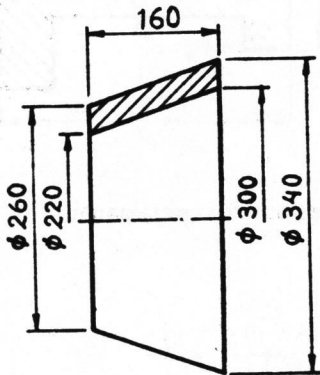
13.



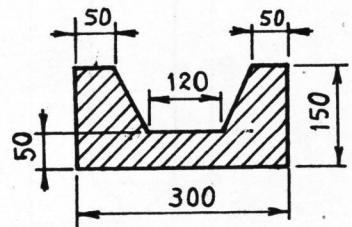
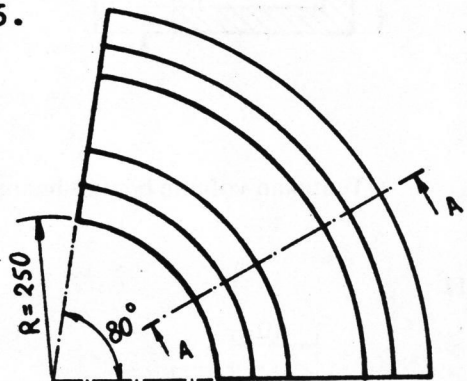
14.



15.



16.
6.



Penampang A-A

BAB II

TRIGONOMETRI

A. DASAR PERBANDINGAN TRIGONOMETRI

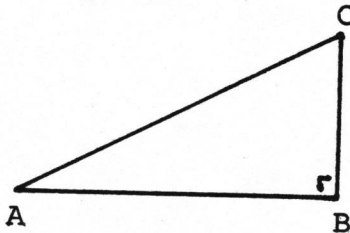
Prinsip Dasar

Mengingat kembali dan mengaplikasikan prinsip sinus, kosinus dan tangen suatu sudut pada penyelesaian soal.

Mempelajari prinsip kotangen, secan dan kosecan suatu sudut dan mengaplikasikan pada penyelesaian soal.

Mempelajari cara menghitung luas segitiga dengan menggunakan prinsip sinus.

Prinsip kotangen, secan dan kosecan :



Kotangen A, disingkat $\cot A$ atau $\text{cotan } A$ adalah perbandingan sisi siku pada sudut A (AB) dan sisi siku di depan sudut A (BC). Dengan kata lain,

$$\text{Cotan } A = \frac{1}{\tan A} = \frac{\text{sisi siku pada sudut } A}{\text{sisi siku di depan sudut } A}$$

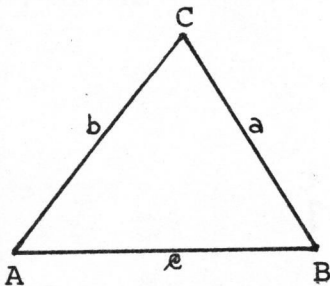
Secan A, disingkat sec A adalah perbandingan sisi miring (AC) dan sisi siku pada sudut A. Dengan kata lain,

$$\text{Sec A} = \frac{1}{\cos A} = \frac{\text{sisi miring}}{\text{sisi siku pada sudut A}}$$

Kosecan A, disingkat cosec A adalah perbandingan sisi miring dan sisi siku di depan sudut A. Dengan kata lain,

$$\text{Cosec A} = \frac{1}{\sin A} = \frac{\text{sisi miring}}{\text{sisi siku di depan sudut A}}$$

Luas segitiga



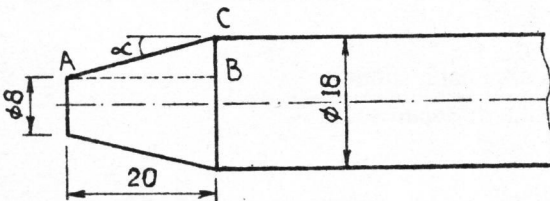
$$\text{Luas } \Delta ABC = \begin{cases} \frac{bc \sin A}{2} \\ \frac{ac \sin B}{2} \\ \frac{ab \sin C}{2} \end{cases}$$

Contoh

1. Hitung besar sudut setengah tirus (α) dari ketirusan yang mempunyai ketentuan seperti gambar.

Penyelesaian :

$$BC = \frac{18 - 8}{2} = 5$$

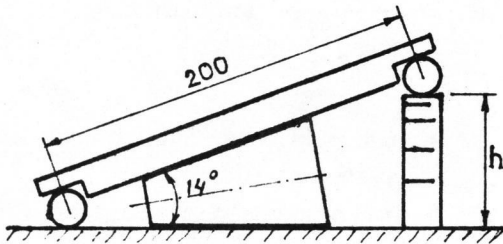


$$\begin{aligned} \tan \alpha &= \frac{BC}{AC} = \frac{5}{20} = 0,25 \\ &= 14^{\circ}2'. \end{aligned}$$

Jadi besar sudut setengah tirus (α) = $14^{\circ}2'$.

2. Suatu benda yang mempunyai sudut tirus 14° diperiksa dengan menggunakan batang sinus yang panjangnya 200 mm (lihat gambar). Berapa kah pengaturan ketinggian (h) dari batang sinusnya ?

Penyelesaian :

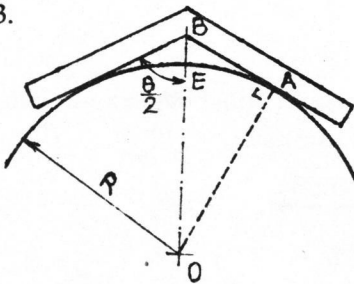


$$\sin 14^\circ = \frac{h}{200}$$

$$\begin{aligned} h &= 200 \sin 14^\circ \\ &= 200 \times 0,2419 \\ &= 48,38 \end{aligned}$$

Jadi tinggi h = 48,38 mm.

3.



Dalam menentukan jari-jari suatu busur, digunakan pengukur sudut seperti gambar. Buktikan bahwa

$$R = \frac{BE}{\operatorname{cosec} \frac{\theta}{2} - 1}$$

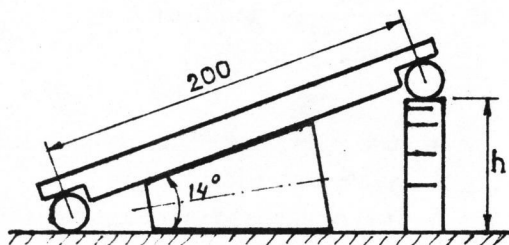
Bukti :

$$\sin \frac{\theta}{2} = \frac{R}{BO}$$

$$BO = \frac{R}{\sin \frac{\theta}{2}} = R \operatorname{cosec} \frac{\theta}{2}$$

2. Suatu benda yang mempunyai sudut tirus 14° diperiksa dengan menggunakan batang sinus yang panjangnya 200 mm (lihat gambar). Berapa kah pengaturan ketinggian (h) dari batang sinusnya ?

Penyelesaian :

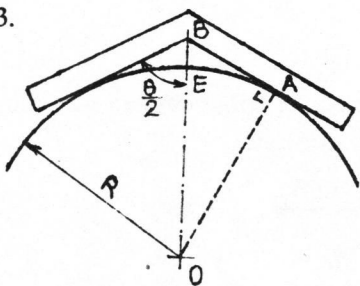


$$\sin 14^\circ = \frac{h}{200}$$

$$\begin{aligned} h &= 200 \sin 14^\circ \\ &= 200 \times 0,2419 \\ &= 48,38 \end{aligned}$$

Jadi tinggi $h = 48,38$ mm.

3.



Dalam menentukan jari-jari suatu busur, digunakan pengukur sudut seperti gambar. Buktikan bahwa

$$R = \frac{BE}{\operatorname{cosec} \frac{\theta}{2} - 1}$$

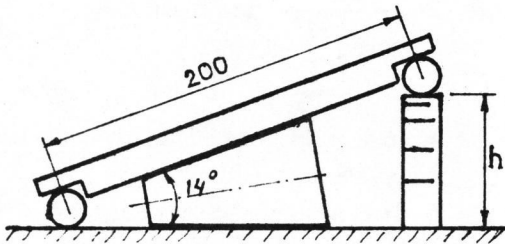
Bukti :

$$\sin \frac{\theta}{2} = \frac{R}{BO}$$

$$BO = \frac{R}{\sin \frac{\theta}{2}} = R \operatorname{cosec} \frac{\theta}{2}$$

2. Suatu benda yang mempunyai sudut tirus 14° diperiksa dengan menggunakan batang sinus yang panjangnya 200 mm (lihat gambar). Berapa kah pengaturan ketinggian (h) dari batang sinusnya ?

Penyelesaian :

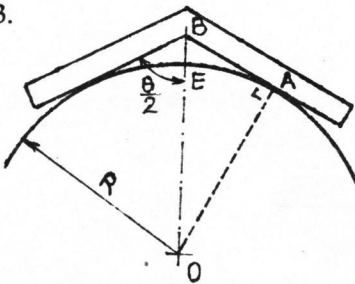


$$\sin 14^\circ = \frac{h}{200}$$

$$\begin{aligned} h &= 200 \sin 14^\circ \\ &= 200 \times 0,2419 \\ &= 48,38 \end{aligned}$$

Jadi tinggi $h = 48,38$ mm.

3.



Dalam menentukan jari-jari suatu busur, digunakan pengukur sudut seperti gambar. Buktikan bahwa

$$R = \frac{BE}{\operatorname{cosec} \frac{\theta}{2} - 1}$$

Bukti :

$$\sin \frac{\theta}{2} = \frac{R}{BO}$$

$$BO = \frac{R}{\sin \frac{\theta}{2}} = R \operatorname{cosec} \frac{\theta}{2}$$

Dari

$$BE = BO - R$$

maka

$$BE = R \operatorname{cosec} \frac{\theta}{2} - R$$

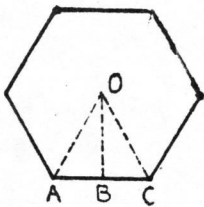
atau

$$BE = R \left(\operatorname{cosec} \frac{\theta}{2} - 1 \right)$$

sehingga

$$R = \frac{BE}{\operatorname{cosec} \frac{\theta}{2} - 1} \text{ (terbukti).}$$

4.



Kepala baut segi enam, panjang tiap sisinya 8 mm. Hitung :

- luas permukaan segi enamnya,
- lebar kunci (L).

Penyelesaian :

- Jika dari masing-masing titik sudut dihubungkan ke titik pusat, maka akan diperoleh 6 segitiga sama sisi.

$$\begin{aligned} \text{Luas tiap segitiga} &= \frac{8 \times 8 \times \sin 60^\circ}{2} \\ &= 27,712 \end{aligned}$$

$$\text{Jadi luas segi enam} = 6 \times 27,712 = 166,272 \text{ mm}^2.$$

$$\text{b. } AB = \frac{8}{2} = 4$$

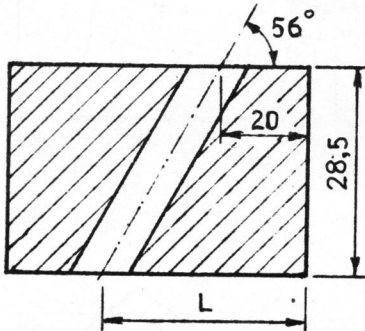
$$\begin{aligned} \tan 60^\circ &= \frac{BO}{AB} = \frac{BO}{4} \longrightarrow BO = 4 \tan 60^\circ \\ &= 4(1,732) \\ &= 6,928 \end{aligned}$$

$$\text{Jadi lebar kunci (L)} = 2 \times 6,928 = 13,856 \text{ mm.}$$

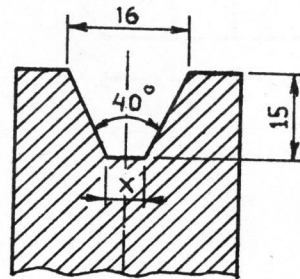
Soal-soal

Dari masing-masing gambar di bawah ini, terdapat variabel yang belum diketahui nilainya. Hitung nilai tiap variabel tersebut sesuai dengan ketentuan yang terdapat dalam gambar.

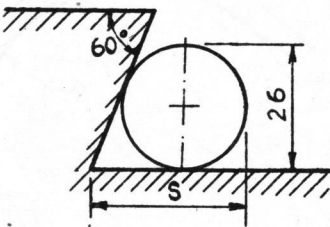
1.



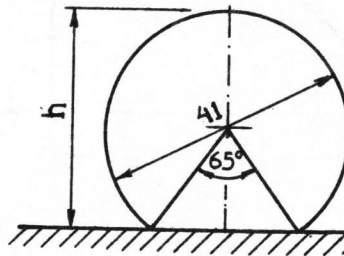
2.



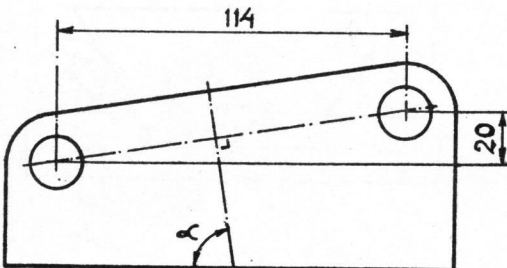
3.



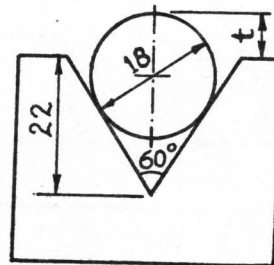
4.



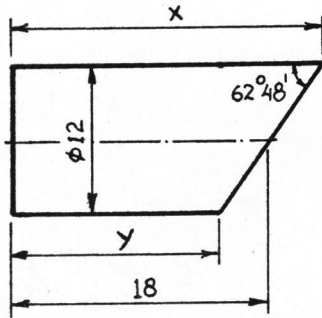
5.



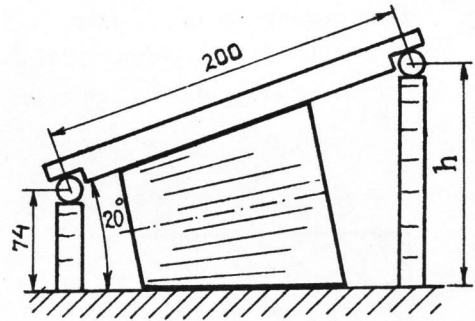
6.



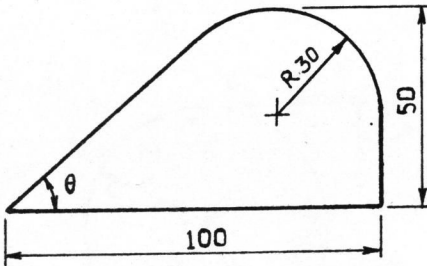
7.



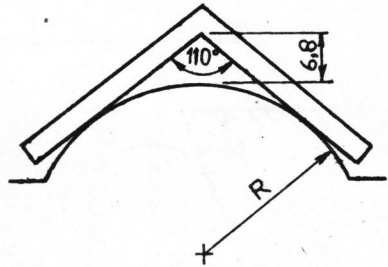
8.



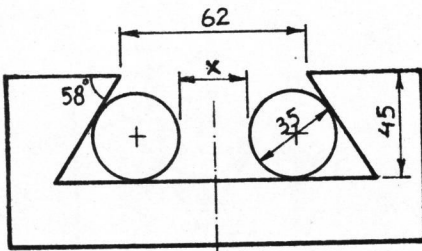
9.



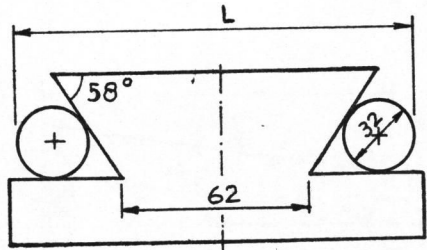
10.



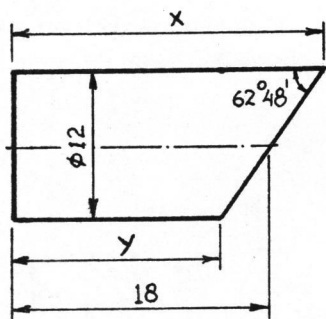
11.



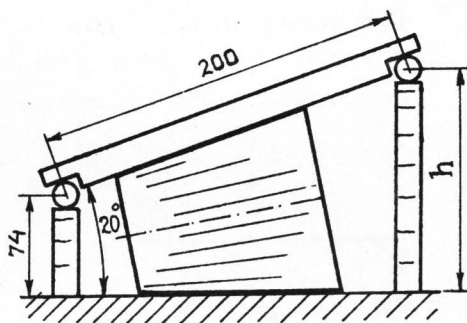
12.



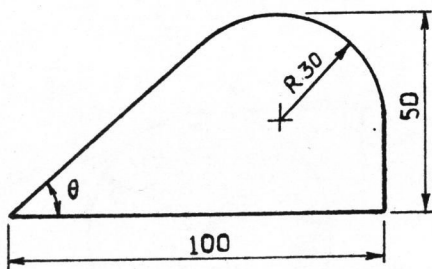
7.



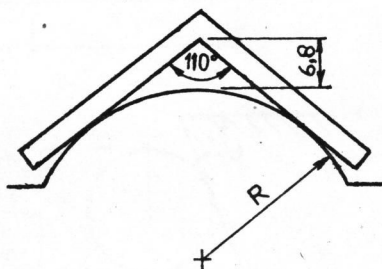
8.



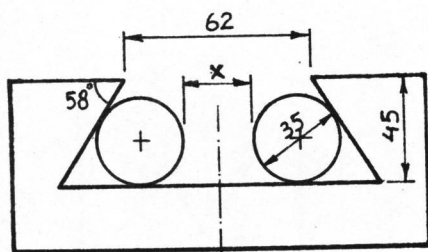
9.



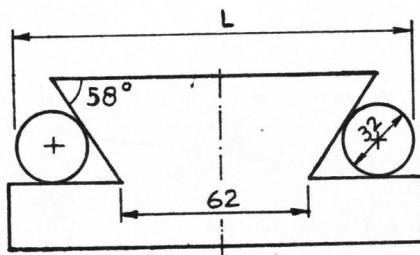
10.



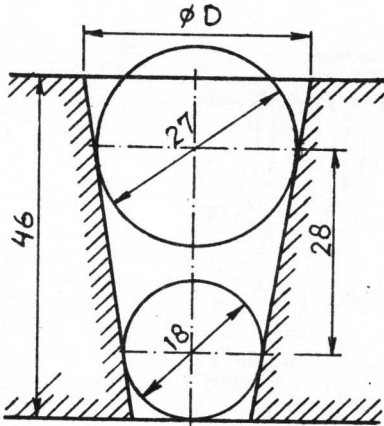
11.



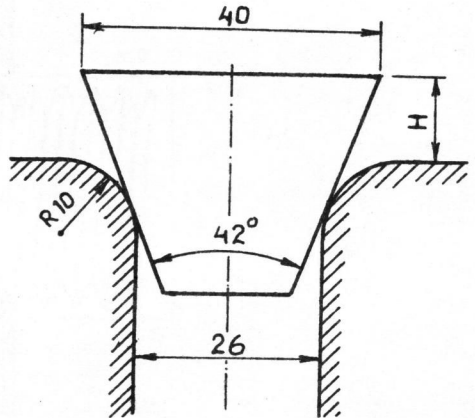
12.



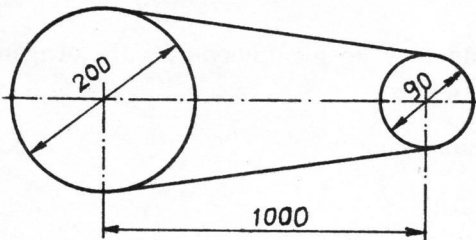
13.



14.



15.

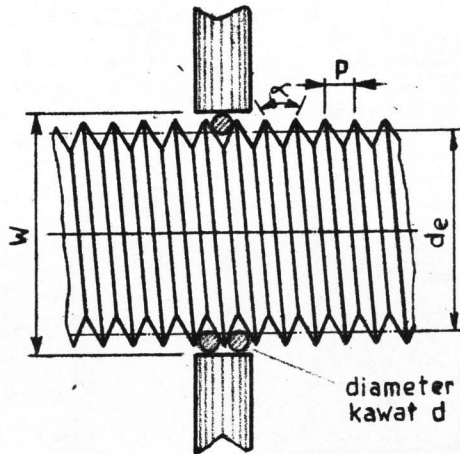


Suatu transmisi dengan pulley seperti gambar, diketahui diameter pulley besar 200 mm dan pulley kecil 90 mm. Jika jarak kedua titik pusat pulley 1000 mm. berapakah panjang sabuk minimal yang digunakan ?

16. Tentukan lebar kunci dari kepala baut segienam yang luasnya 140 mm^2 .

17. Rumus untuk menghitung jarak W pada pengukuran ulir seperti gambar adalah :

$$W = D_e + d \left(1 + \operatorname{cosec} \frac{\alpha}{2} \right) - \frac{p}{2} \cotan \frac{\alpha}{2}$$



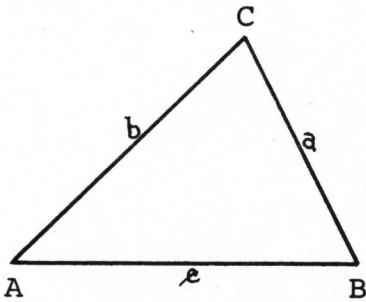
Jika diketahui $De = 44 \text{ mm}$, $d = 8 \text{ mm}$, $\alpha = 40^\circ$ dan $p = 12 \text{ mm}$, berapakah W ?

18. Hitung luas segi banyak beraturan yang mempunyai 20 sisi dengan jarak sisi sejajar (lebar kunci) 16 mm..
19. Hitung luas segi delapan beraturan yang
 - a. lebar kuncinya 22 mm,
 - b. panjang tiap sisinya 5 mm.
20. Hitung panjang tiap sisi segilima beraturan yang luasnya 100 mm^2 .

B. ATURAN SINUS DAN KOSINUS

Prinsip Dasar

Mempelajari prinsip aturan sinus dan aturan kosinus serta mengaplikasikan pada penyelesaian soal.



Aturan sinus :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Aturan kosinus :

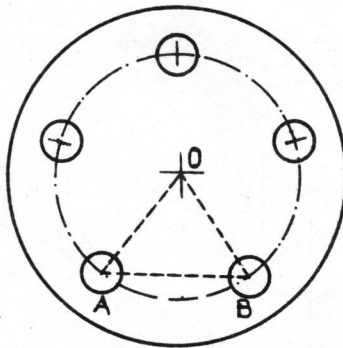
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

Contoh

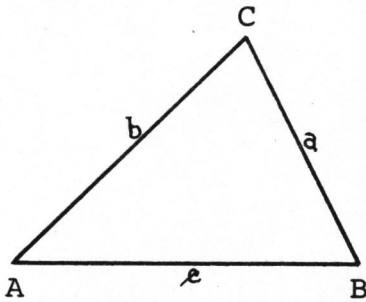
1. Pada plat berbentuk lingkaran akan dibuat 5 lubang yang titik-titik pusatnya berjarak sama satu sama lain dan berjari-jari 8,09 cm dari pusat lingkaran (lihat gambar). Tentukan jarak pusat lubang yang berdekatan.



B. ATURAN SINUS DAN KOSINUS

Prinsip Dasar

Mempelajari prinsip aturan sinus dan aturan kosinus serta mengaplikasikan pada penyelesaian soal.



Aturan sinus :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Aturan kosinus :

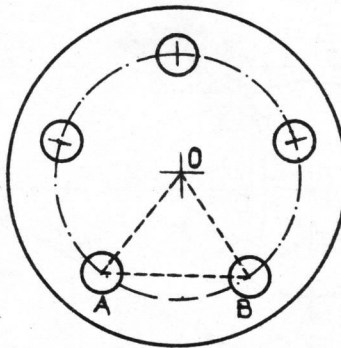
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

Contoh

1. Pada plat berbentuk lingkaran akan dibuat 5 lubang yang titik-titik pusatnya berjarak sama satu sama lain dan berjari-jari 8,09 cm dari pusat lingkaran (lihat gambar). Tentukan jarak pusat lubang yang berdekatan.



Penyelesaian :

Pada $\triangle ABO$, $\angle O = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$ dan

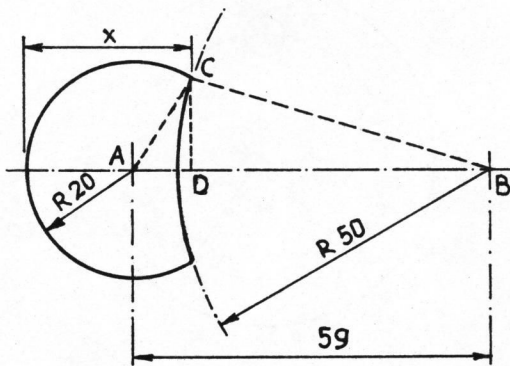
$$\angle B = \frac{180^\circ - 72^\circ}{2} = 54^\circ.$$

Dengan menggunakan aturan sinus, diperoleh

$$\begin{aligned}\frac{AB}{\sin O} &= \frac{AO}{\sin B} \\ \text{atau } AB &= \frac{AO \sin O}{\sin B} \\ &= \frac{8,09 \sin 72^\circ}{\sin 54^\circ} \\ &= \frac{8,09 \times 0,9511}{0,809} \\ &= 9,511.\end{aligned}$$

Jadi jarak pusat yang berdekatan 9,511 cm.

2. Bola berdiameter 40 mm difrais dengan pisau berdiameter 100 mm. Hitung jarak x (lihat gambar), jika jarak pusat bola dan pusat pisau 59 mm.



Penyelesaian :

Pada garis-garis pertolongan yang membentuk segitiga ABC, diketahui $AB = 59$ mm, $BC = 50$ mm dan $AC = 40$ mm. Dengan menerapkan aturan kosinus, diperoleh :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2(AB)(AC)\cos A$$

$$50^2 = 59^2 + 40^2 - 2(59)(40)\cos A$$

$$\text{atau} \quad \cos A = \frac{59^2 + 40^2 - 50^2}{2(59)(40)}$$

$$\cos A = 0,5468.$$

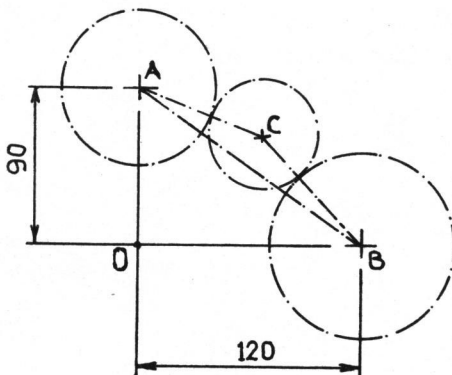
Pada $\triangle ACD$,

$$\begin{aligned} \cos A &= \frac{AD}{AC} \quad \text{---} \quad AD = AC \cos A \\ &= 40(0,5468) \\ &= 21,872. \end{aligned}$$

Jadi jarak $x = 21,872 + 40 = 61,872$ mm.

Soal-soal

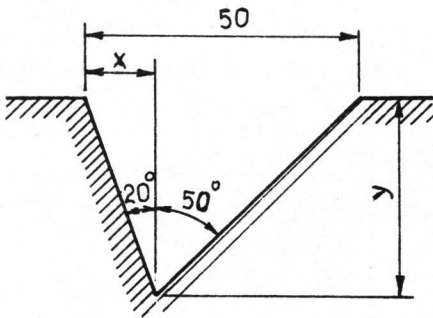
1.



Ketentuan gambar di samping memperlihatkan hubungan tiga roda gigi. Jika diketahui $AC = 90$ mm dan $BC = 80$ mm, hitung :

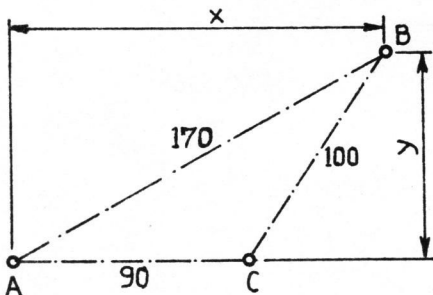
- jarak AB,
- besar sudut ABO.
- besar sudut CBO.

2.



Celah suatu benda kerja mempunyai ketentuan seperti gambar. Hitung ukuran x dan ukuran y .

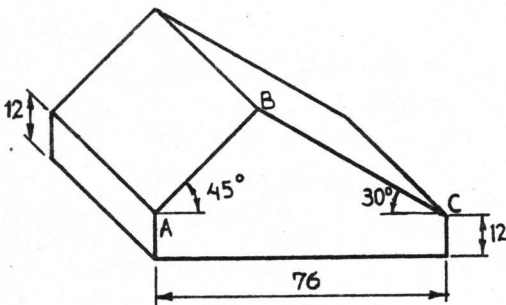
3.



Pada gambar di samping A, B dan C menggambarkan pusat-pusat tiga roga gigi. Hitung :

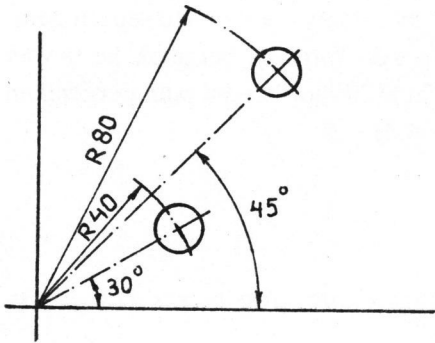
- besar sudut BAC,
- jarak x dan jarak y .

4.



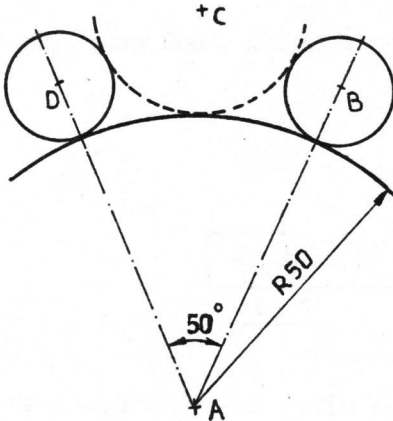
Suatu benda kerja dengan ketentuan seperti gambar di samping. Tentukan jarak AB dan jarak BC.

5.



Tentukan jarak antara pusat kedua lubang pada ketentuan seperti gambar di samping.

6.

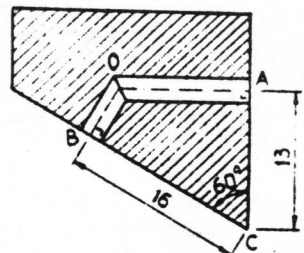


Dua lingkaran B dan D yang berdiameter 25 mm bersinggungan dengan lingkaran berdiameter 100 mm dan membentuk sudut 50° .

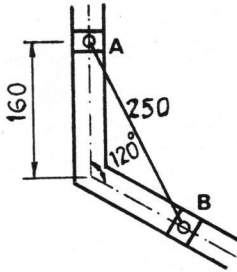
Tentukan diameter lingkaran lain (C) yang di- letakkan di antara ketiga lingkaran terdahulu sehingga saling bersinggungan.

7. Pada penampang yang mempunyai ketentuan seperti gambar, dilakukan pengeboran dari A dan dari B yang tegak lurus bidang masing-masing sehingga bertemu di O.

Tentukan jarak AO dan jarak BO.



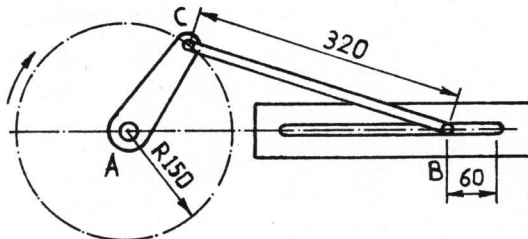
8.



Bagan pergerakan torak secara hidrolik mempunyai ketentuan seperti gambar. Jika torak A bergerak ke bawah sejauh 20 mm berapa jauh pergerakan torak B.

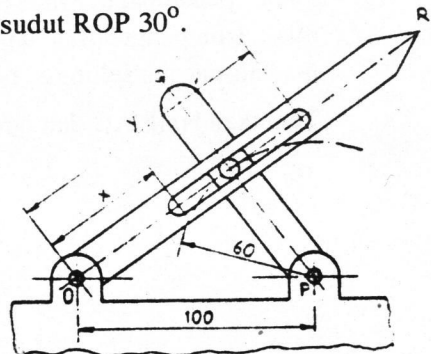
9. Gambar di bawah menunjukkan bagan konstruksi pergerakan gergaji mesin dan ketentuannya.

- Pada kedudukan seperti gambar, hitung besar sudut CAB.
- Jika engkol berputar 120 put/menit, berapakah waktu yang diperlukan pena B mencapai C.



10. Mekanisme seperti gambar, celah pada OR berfungsi untuk menjaga agar sudut ROP tidak lebih kecil dari 30° . Hitung :

- Besar kedua sudut QPO ketika sudut ROP 30° .
- Panjang x dan Y
- Besar maksimum sudut ROP



C. PERSAMAAN TRIGONOMETRI

Prinsip Dasar

Mempelajari rumus-rumus identitas trigonometri dan penggunaannya pada penyelesaian persamaan trigonometri serta mengaplikasikan pada penyelesaian soal.

Identitas trigonometri :

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

$$1 + \tan^2 A = \sec^2 A$$

$$1 + \cotan^2 A = \operatorname{cosec}^2 A$$

$$\frac{\sin A}{\cos A} = \tan A$$

$$\sin (A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

$$\cos (A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

$$\tan(A + B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

$$\sin (A - B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B$$

$$\cos (A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$$

$$\tan (A-B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B}$$

$$\sin 2A = 2 \sin A \cos A$$

$$\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$$

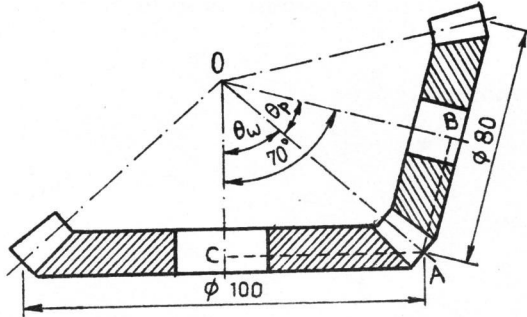
$$= 2 \cos^2 A - 1$$

$$= 1 - 2 \sin^2 A.$$

$$\tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$$

Contoh

1. Tentukan besar sudut θ_w dan θ_p pada hubungan dua roda gigi konis yang mempunyai ketentuan seperti gambar.



Penyelesaian :

Pada ΔOAC dan OAB , $AC = 50$ mm dan $AB = 40$ mm.

$$\text{Juga } \sin \theta_w = \frac{AC}{OA} \text{ dan } \sin \theta_p = \frac{AB}{OA} = \sin (70^\circ - \theta_w).$$

$$\text{Sehingga } \sin \theta = \frac{50}{OA} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{dan } \sin (70^\circ - \theta_w) = \frac{40}{OA} \quad \dots\dots\dots (2)$$

Dengan membagi (2) oleh (1), diperoleh

$$\begin{aligned} \frac{40}{50} &= \frac{\sin (70^\circ - \theta_w)}{\sin \theta_w} \\ &= \frac{\sin 70^\circ \cos \theta_w - \cos 70^\circ \sin \theta_w}{\sin \theta_w} \\ &= \frac{0,9397 \cos \theta_w}{\sin \theta_w} - \frac{0,342 \sin \theta_w}{\sin \theta_w} \\ &= \frac{0,9397}{\tan \theta_w} - 0,342 \end{aligned}$$

$$\frac{4}{5} + 0,342 = \frac{0,9397}{\tan \theta_w}$$

$$\tan \theta_w = \frac{0,9397}{\frac{4}{5} + 0,342} = 0,8229$$

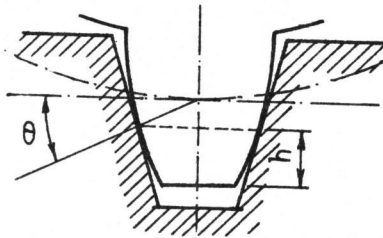
$$\theta_w = 39^{\circ}27'$$

$$\theta_p = 70^{\circ} - \theta_w = 70^{\circ} - 39^{\circ}27' = 30^{\circ}33'$$

Jadi besar sudut $\theta_w = 39^{\circ}7'$ dan sudut $\theta_p = 30^{\circ}33'$.

2. Hubungan θ , h dan modul (m) pada pasangan gigi roda gigi seperti gambar diberikan oleh $h = m \left(1 - \frac{\pi}{4} \cos \theta \sin \theta \right)$.

Jika diketahui $h = 4,5$ mm dan $m = 6$ mm, berapakah besar sudut θ ?



Penyelesaian :

$$h = m \left(1 - \frac{\pi}{4} \cos \theta \sin \theta \right)$$

$$\frac{h}{m} = 1 - \frac{\pi}{4} \cos \theta \sin \theta$$

$$\cos \theta \sin \theta = \frac{4}{\pi} \left(1 - \frac{h}{m} \right).$$

Dari $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$, maka persamaan di atas dapat dibuat

menjadi

$$\frac{\sin 2\theta}{2} = \frac{4}{3,14} \left(1 - \frac{4,5}{6}\right)$$

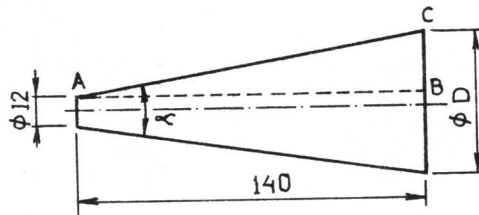
$$\sin 2\theta = 0,6369$$

$$2\theta = 39^{\circ}34'$$

$$\theta = 19^{\circ}47'$$

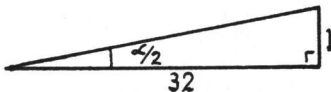
Jadi besar sudut $\theta = 19^{\circ}47'$

3. Perbandingan ketirusan suatu benda tirus adalah 1 : 16. Jika ketentuan lainnya seperti tercantum dalam gambar, tentukan
- nilai sinus, kosinus dan tangen dari sudut tirus tersebut,
 - ukuran D.



Penyelesaian :

- a. Perbandingan ketirusan 1 : 16 artinya pada panjang 16 satuan, selisih diameternya 1 satuan. Karena yang diminta adalah setengah sudut tirus, maka perbandingannya menjadi 1 : 32.



Dari perbandingan ini, diperoleh

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{32} = 0,0313.$$

$$\text{Dari } 1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2} = \sec^2 \frac{\alpha}{2}$$

diperoleh

$$1 + \left(\frac{1}{32}\right)^2 = \sec^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$\frac{1025}{1024} = \sec^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$\sec \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1025}{1024}} = 1,0005.$$

$$\begin{aligned} \text{Karena } \sec \frac{\alpha}{2} &= \frac{1}{\cos \frac{\alpha}{2}} \text{ maka } \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{\sec \frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{1,0005} \\ &= 0,9995 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Dari } \tan \frac{\alpha}{2} &= \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}}, \text{ diperoleh } \sin \frac{\alpha}{2} = \tan \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} \\ &= 0,013 \times 0,9995 \\ &= 0,0313. \end{aligned}$$

Jadi, hingga 4 desimal, nilai $\sin \frac{\alpha}{2} = 0,0313$, $\cos \frac{\alpha}{2} = 0,9995$

dan nilai $\tan \frac{\alpha}{2} = 0,0313$.

b. Dengan menggunakan perbandingan

$\tan \frac{\alpha}{2}$ pada ΔABC , diperoleh

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{BC}{AB} \quad BC = AB \tan \frac{\alpha}{2} = 140 \left(\frac{1}{32}\right) = 4,375.$$

Jadi ukuran D = 12 mm + 2(4,375 mm) = 20,75 mm.

Soal-soal

1. Kemiringan suatu benda mempunyai perbandingan 1 : 6.
Tentukan nilai sinus, kosinus dan tangen dari sudut kemiringannya.

Jika diketahui $W = 58,9 \text{ mm}$, $D_e = 44 \text{ mm}$, $d = 8 \text{ mm}$ dan $p = 12 \text{ mm}$, tentukan besar sudut α .

B A B III

FUNGSI DAN GRAFIK

A. GRAFIK DATA EMPIRIS

Prinsip Dasar

Mempelajari prinsip pembuatan dan pembacaan grafik dari data empiris serta mengaplikasikan pada penyelesaian soal.

Contoh

1. Masa batangan bulat tembaga dioksid dalam kilogram per meter panjang, terhadap diameternya bervariasi seperti diberikan dalam daftar berikut :

Diameter d (mm)	10	20	30	40	50	60
Massa M (Kg/m)	0,7	2,8	6,3	11,2	17,5	25,2

Sajikan data tersebut secara grafik, menggunakan skala horizontal untuk d dengan 20 mm = 10 mm dan skala vertikal untuk M dengan 20 mm = 5 kg/m.

Kemudian gunakan grafik yang telah dibuat, untuk menentukan tabung tembaga dioksid yang berdiameter luar 44 mm, diameter dalam 36 mm dan panjang 80 mm.

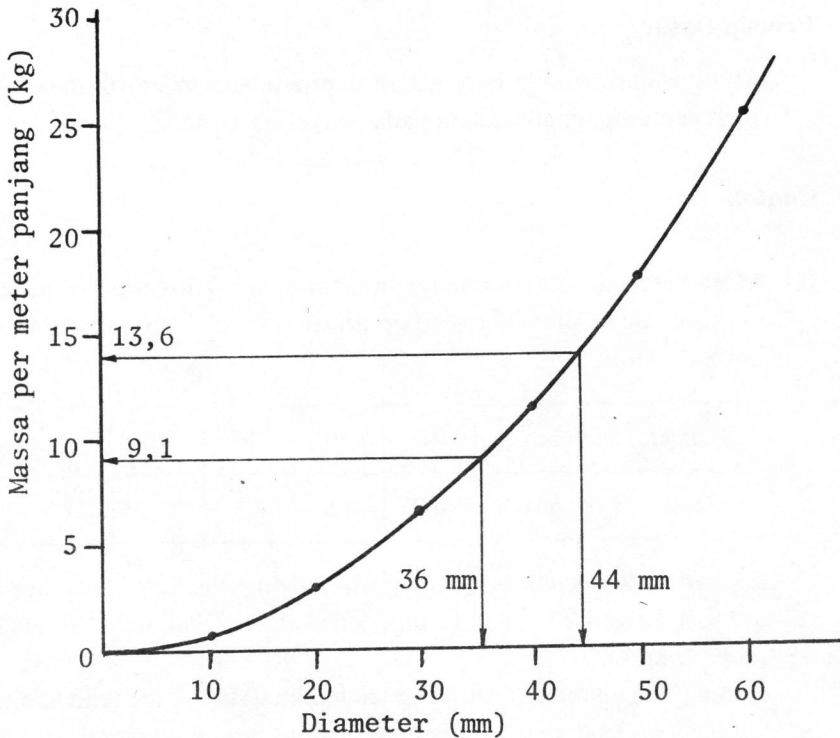
Penyelesaian :

Grafiknya seperti diperlihatkan hal. 62. Dari grafik, setiap meter panjang batang berdiameter 44 mm, mempunyai massa 13,6 kg, sedangkan yang berdiameter 36 mm mempunyai massa 9,1 kg. Satu meter panjang tabung dengan diameter luar 44 mm dan diameter dalam 36 mm, mem-

punyai massa =

$$\frac{80}{1000} \times 4,5 \text{ kg} = 0,36 \text{ kg.}$$

Jadi massa tabung 0,36 kg.

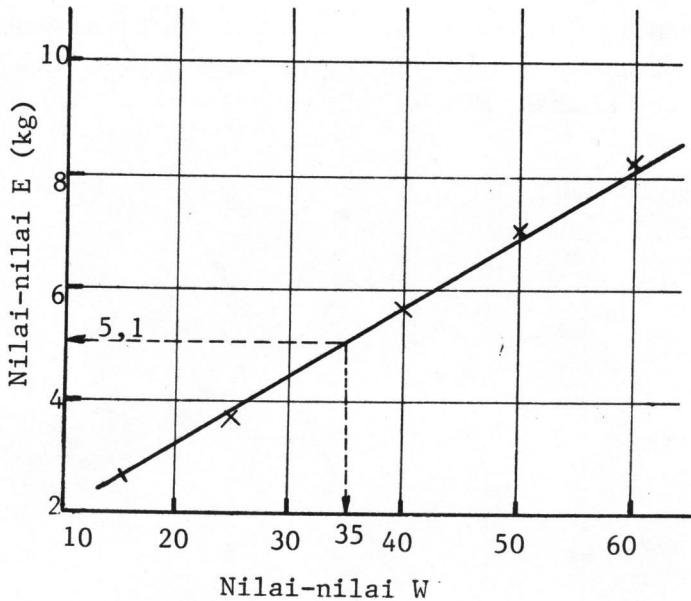


2. Pada percobaan yang dilakukan mesin pengangkat, hubungan usaha (e) kg dan beban (W) kg diperoleh seperti diberikan dalam daftar berikut.

W	15	25	40	50	60
E	2,75	3,80	5,75	7,00	8,20

Buatlah grafik dari informasi tersebut dengan E pada sumbu vertikal, kemudian tentukan usaha yang diperlukan untuk mengangkat beban 35 kg.

Penyelesaian :



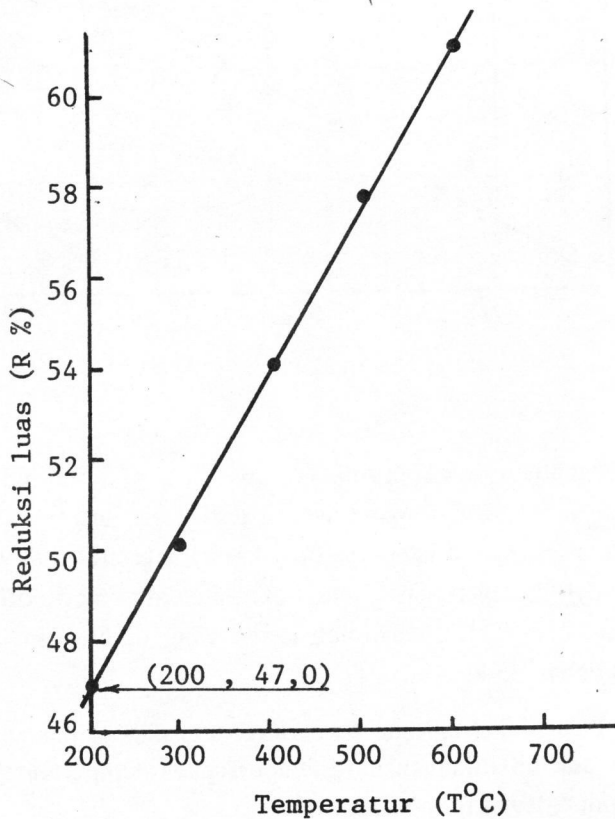
Pada penentuan titik koordinat (gambar di atas) diperoleh bahwa titik-titik itu hanya menyimpang sedikit dari garis lurus. Walaupun garis lurus tidak melewati beberapa titik, karena ada titik-titik yang tersebar di atas dan di bawah garis, tetapi garis itu dapat mewakili grafik yang diminta. Dari grafik, diperoleh usaha yang diperlukan untuk mengangkat beban 35 kg adalah 5,10 kg.

3. Untuk baja nickel-chrome tertentu, menghasilkan persentase reduksi luas R setelah dikeraskan (ditemper) pada temperatur $T^{\circ}\text{C}$ seperti diberikan dalam daftar berikut.

T	200	300	400	500	600
R	47,0	50,3	54,0	57,7	61,0

Buatlah grafik garis lurus dari data itu dengan T pada sumbu horizontal, kemudian tentukan rumus pendekatan untuk hubungan R dan T dalam bentuk $R = aT + b$.

Penyelesaian :



Jika grafik dibuat dengan skala $10 \text{ mm} = 100^\circ\text{C}$ dan $10 \text{ mm} = 2\%$, diperoleh grafik seperti gambar. Dari grafik diperoleh bahwa, tiga titik terletak pada garis dan dua lainnya tidak pada garis. Dua titik pada garis yang jaraknya agak jauh adalah $(200,47)$ dan $(600,61)$.

Karena $R = aT + b$,

Untuk $(600,61)$ $61 = 600a + b \dots\dots\dots(1)$

Untuk $(200,47)$ $47 = 200a + b \dots\dots\dots(2)$

$(1) - (2)$ $14 = 400a$

$$a = \frac{14}{400} = 0,0035$$

Dengan mensubstitusikan nilai a pada (1) , diperoleh :

$$61 = 600(0,0035) + b$$

$$61 = 21 + b$$

$$b = 61 - 21 = 40$$

Jadi rumus pendekatannya adalah $R = 0,0035 T + 40$

Soal-soal

- Jika $E = W/20 + 10$, buatlah grafik yang dapat digunakan untuk menentukan nilai E dengan nilai W antara 0 dan 100. Gunakan grafik untuk menentukan :
 - nilai E jika $W = 72$
 - nilai W jika $E = 12,8$
- Harga P dari suatu type alat tangan yang tergantung, pada ukuran normal S diberikan oleh daftar berikut. Berapakah harga alat tangan berukuran 5 mm.

S (mm)	1	2	4	6	8	10
P (ribu rupiah)	3	4,5	10,5	20,5	34,5	52,5

3. Panjang sebuah pegas (L) yang dibebani variasi beban tarik W menghasilkan grafik garis lurus yang melewati titik (100 N, 65 mm) dan titik (400 N, 80 mm). Tentukan panjang bebas pegas (panjang L ketika $W = 0$).
4. Kecepatan W dari putaran roda yang akan berhenti diukur pada waktu t setelah dilakukan pengereman. Data pada daftar berikut merupakan hasil pencatatannya.

t (detik)	20	25	30	35	40
N (put/menit)	200	175	150	125	100

Perlihatkan secara grafik bahwa N dan t dihubungkan oleh persamaan berbentuk $N = at + b$, kemudian tentukan kecepatan roda pada awal pengereman ($t = 0$).

5. Data berikut merupakan hubungan antara kandungan karbon C dan kekuatan tarik S dari baja karbon :

C (%)	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
S (MN/m ²)	494	566	638	710	782	854

Buatlah grafik dari data di atas dan tentukan persamaan garisnya dalam bentuk $S = aC + b$

6. Informasi berikut diperoleh dari pengukuran satu set roda gigi mesin bubut, Z adalah jumlah gigi dan D adalah diameter luar :

N	30	35	40	45	50
D (mm)	128	148	168	188	208

Tempatkan nilai-nilai itu dengan N pada sumbu horizontal, dan D pada sumbu vertikal. Jika D dari N dihubungkan dengan persamaan $D = mN + c$, secara grafik tentukan konstanta m dan c .

- Panjang sebuah pegas (L) yang dibebani variasi beban tarik W menghasilkan grafik garis lurus yang melewati titik (100 N, 65 mm) dan titik (400 N, 80 mm). Tentukan panjang bebas pegas (panjang L ketika $W = 0$).
- Kecepatan W dari putaran roda yang akan berhenti diukur pada waktu t setelah dilakukan pengereman. Data pada daftar berikut merupakan hasil pencatatannya.

t (detik)	20	25	30	35	40
N (put/menit)	200	175	150	125	100

Perlihatkan secara grafik bahwa N dan t dihubungkan oleh persamaan berbentuk $N = at + b$, kemudian tentukan kecepatan roda pada awal pengereman ($t = 0$).

- Data berikut merupakan hubungan antara kandungan karbon C dan kekuatan tarik S dari baja karbon :

C (%)	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
S (MN/m ²)	494	566	638	710	782	854

Buatlah grafik dari data di atas dan tentukan persamaan garisnya dalam bentuk $S = aC + b$

- Informasi berikut diperoleh dari pengukuran satu set roda gigi mesin bubut, Z adalah jumlah gigi dan D adalah diameter luar :

N	30	35	40	45	50
D (mm)	128	148	168	188	208

Tempatkan nilai-nilai itu dengan N pada sumbu horizontal, dan D pada sumbu vertikal. Jika D dari N dihubungkan dengan persamaan $D = mN + c$, secara grafik tentukan konstanta m dan c .

- Panjang sebuah pegas (L) yang dibebani variasi beban tarik W menghasilkan grafik garis lurus yang melewati titik (100 N, 65 mm) dan titik (400 N, 80 mm). Tentukan panjang bebas pegas (panjang L ketika $W = 0$).
- Kecepatan W dari putaran roda yang akan berhenti diukur pada waktu t setelah dilakukan pengereman. Data pada daftar berikut merupakan hasil pencatatannya.

t (detik)	20	25	30	35	40
N (put/menit)	200	175	150	125	100

Perlihatkan secara grafik bahwa N dan t dihubungkan oleh persamaan berbentuk $N = at + b$, kemudian tentukan kecepatan roda pada awal pengereman ($t = 0$).

- Data berikut merupakan hubungan antara kandungan karbon C dan kekuatan tarik S dari baja karbon :

C (%)	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
S (MN/m ²)	494	566	638	710	782	854

Buatlah grafik dari data di atas dan tentukan persamaan garisnya dalam bentuk $S = aC + b$

- Informasi berikut diperoleh dari pengukuran satu set roda gigi mesin bubut, Z adalah jumlah gigi dan D adalah diameter luar :

N	30	35	40	45	50
D (mm)	128	148	168	188	208

Tempatkan nilai-nilai itu dengan N pada sumbu horizontal, dan D pada sumbu vertikal. Jika D dari N dihubungkan dengan persamaan $D = mN + c$, secara grafik tentukan konstanta m dan c .

7. Toleransi T mm pada diameter luar dan gang p mm pada hasil pengukuran ulir diperoleh seperti berikut :

GANG p (mm)	1	1,5	2	2,5	3
Toleransi T (mm)	0,158	0,912	0,266	0,320	0,374

Letakkan nilai-nilai tersebut dengan p pada sumbu horizontal dan T pada sumbu vertikal. Perhatikan, bahwa T dan P dihubungkan oleh rumus berbentuk $T = ap + b$. Tentukan konstanta a dan b, kemudian hitung toleransi diameter ulir yang ukuran gangnya 5 mm.

8. Beberapa contoh baja di tes kekerasannya dengan menggunakan dua cara berbeda, yang ditandai dengan R dan B. Hasil pengetesan diperoleh sebagai berikut :

Contoh baja	1	2	3	4	5	6
B	382	293	402	412	421	432
R	39	40	41	42	43	44

Tentukan grafik yang menunjukkan hubungan R dan B, dengan R pada sumbu horizontal dan B pada sumbu vertikal. Perhatikan bahwa aturan $B = aR - b$ adalah mendekati benar dan tentukan nilai untuk konstanta a dan b.

B. ATURAN NON-LINIER YANG DAPAT DIUBAH MENJADI BENTUK LINIER

Prinsip Dasar

Mempelajari cara pembuatan grafik persamaan non-linier yang dapat diubah menjadi bentuk linier dan penentuan persamaannya serta mengaplikasikan pada penyelesaian soal.

Contoh

1. Batas beban yang dapat diangkat oleh rantai dengan berbagai ukuran adalah sebagai berikut :

Diameter (d mm)	6	9	12	15	18	24
Beban (W kN)	6,0	8,5	12,0	16,6	22,2	36,4

Jika W dan d dihubungkan oleh persamaan bentuk $W = ad^2 + b$, tentukan nilai a dan nilai b. Dengan menggunakan nilai-nilai konstan tersebut dalam persamaan $W = ad^2 + b$, tentukan diameter rantai untuk mengangkat beban 10 kN.

Penyelesaian :

Dari persamaan yang diberikan, W merupakan jumlah dari dua suku, dimana yang pertama adalah variasi d^2 . Jika dibuat grafik W terhadap d^2 melalui pembuatan daftar berikut, diperoleh grafik seperti yang ditunjukkan pada gambar.

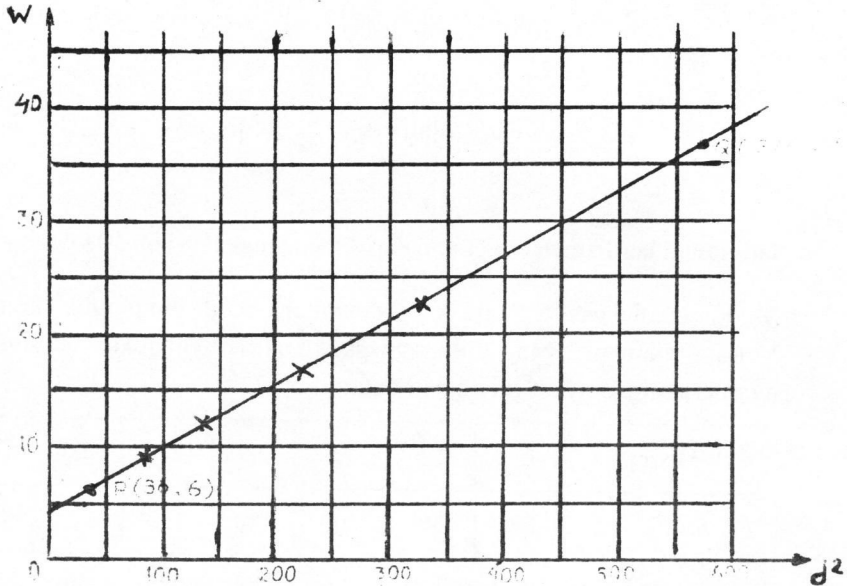
d^2	36	81	144	225	324	576
W	6,0	8,5	12,0	16,6	22,2	36,4

Semua titik-titik terletak pada grafik, sehingga persamaan yang menghubungkan W dan d^2 adalah tipe $W = ad^2 + b$. Untuk menentukan nilai

a dan b, kita pilih dua titik yang terletak pada grafik garis lurus ini dengan menentukan koordinatnya.

Titik Q terletak pada garis dengan koordinat (576, 36, 4), sehingga

$$36,4 = 576a + b \dots\dots\dots (i)$$



Titik P terletak pada garis dengan koordinat (36, 6), sehingga :

$$6 = 36a + b \dots\dots\dots (ii)$$

Dengan mengurangkan persamaan (i) oleh persamaan (ii), diperoleh :

$$(36,4 - 6) = (576 - 36)a$$

$$a = \frac{30,4}{540} = 0,056$$

Dengan mensubstitusi nilai a pada persamaan (ii), diperoleh :

$$6 = 36(0,056) + b$$

$$b = 3,98$$

Jadi persamaan yang menghubungkan W dan d adalah

$$W = 0,056d^2 + 3,98$$

Jika $W = 10$,

$$10 = 0,056d^2 + 3,98$$

$$0,056 d^2 = 10 - 3,98$$

$$0,056 d^2 = 6,02$$

$$d^2 = \frac{6,02}{0,056} = 107,5$$

$$d = 10,4$$

Jadi rantai berdiameter 10,4 mm dapat mengangkat beban 10 kilonewton.

2. Massa suatu gas tertentu dipertahankan pada temperatur konstan. Variasi tekanan P yang ditrapkan pada gas menyebabkan volume (V) nya berubah. Berikut ini adalah datanya :

P (MN/m ²)	1,25	1,5	1,8	2,0	2,4	2,5	3,0
V (cm ³)	288	240	200	180	150	144	120

Dengan menggambar grafik garis lurus, perlihatkan bahwa $PV =$ konstan dan tentukan nilai konstanta ini dalam joule.

Penyelesaian :

Jika $PV =$ konstan, misalkan a, maka $p = \frac{a}{V} = a(\frac{1}{V})$ dan grafik P.

terhadap $\frac{1}{V}$ merupakan garis lurus.

P	1,25	1,5	1,8	2,0	2,4	2,5	3,0
$\frac{1}{V}$	0,00347	0,00417	0,005	0,00556	0,00667	0,00694	0,00833

Jadi persamaan yang menghubungkan W dan d adalah

$$W = 0,056d^2 + 3,98$$

Jika $W = 10$,

$$10 = 0,056d^2 + 3,98$$

$$0,056 d^2 = 10 - 2,98$$

$$0,056 d^2 = 6,02$$

$$d^2 = \frac{6,02}{0,056} = 107,5$$

$$d = 10,4$$

Jadi rantai berdiameter 10,4 mm dapat mengangkat beban 10 kilonewton.

2. Massa suatu gas tertentu dipertahankan pada temperatur konstan. Variasi tekanan P yang ditrapkan pada gas menyebabkan volume (V) nya berubah. Berikut ini adalah datanya :

P (MN/m ²)	1,25	1,5	1,8	2,0	2,4	2,5	3,0
V (cm ³)	288	240	200	180	150	144	120

Dengan menggambar grafik garis lurus, perhatikan bahwa PV = konstan dan tentukan nilai konstanta ini dalam joule.

Penyelesaian :

Jika PV = konstan, misalkan a, maka $p = \frac{a}{V} = a(\frac{1}{V})$ dan grafik P.

terhadap $\frac{1}{V}$ merupakan garis lurus.

P	1,25	1,5	1,8	2,0	2,4	2,5	3,0
$\frac{1}{V}$	0,00347	0,00417	0,005	0,00556	0,00667	0,00694	0,00833

Grafiknya dapat dibuat seperti gambar berikut. Dengan mengambil dua titik pada garis, misalnya (0,004 , 1,44) dan (0,008 , 2,88), maka dari

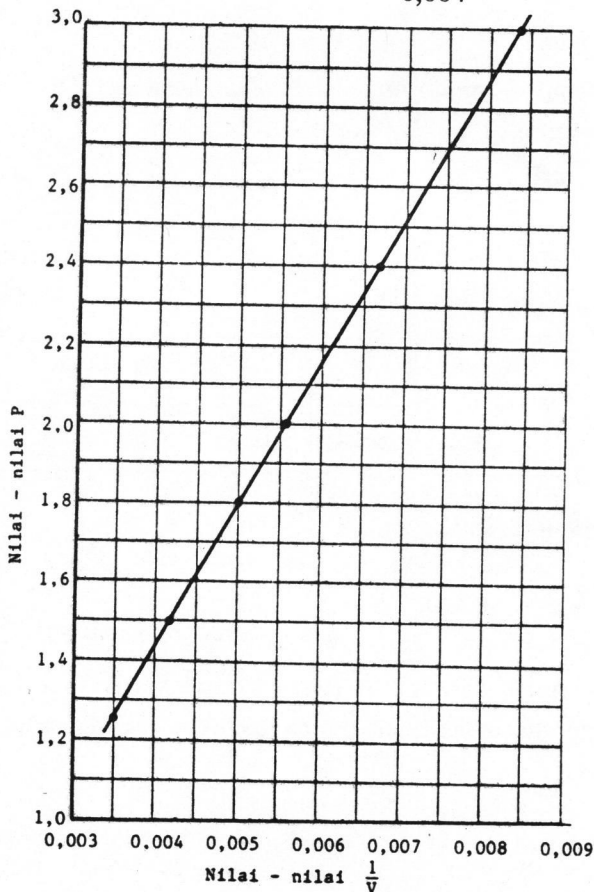
$$P = a \left(\frac{1}{V} \right) + b,$$

$$\text{untuk } (0,004 , 1,44), \quad 1,44 = 0,004 a + b \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{untuk } (0,008 , 2,88), \quad \underline{2,88 = 0,008 a + b \dots\dots\dots (2)}$$

$$(1) - (2) \qquad \qquad - 1,44 = - 0,004 a$$

$$a = \frac{- 1,44}{- 0,004} = 360$$



Dengan mensubstitusi nilai pada (1), diperoleh

$$1,44 = 0,004(360) + b$$

$$1,44 = 1,44 + b$$

$$b = 1,44 - 1,44 = 0$$

Karena $b = 0$, maka jika dilanjutkan, garis lurus akan melalui titik mula, dan persamaan pertama menjadi

$$P = 360 \left(\frac{1}{V} \right) = \frac{360}{V}$$

atau

$$PV = 360$$

Karena $1 \text{ N/m} = 1 \text{ joule}$, sedangkan hasil kali PV menghasilkan satuan N/m , maka $PV = 360 \text{ joule}$.

3. Data berikut merupakan luas A segi enam beraturan yang panjang tiap sisinya L^n . Jika hubungan antara A dan L diberikan oleh $A = kL^n$, perhatikan keadaan ini dengan grafik garis lurus yang sesuai dan tentukan nilai k dan nilai n .

L	2	3	4	5	6
A	10,4	23,4	41,6	65,0	93,6

Penyelesaian :

Dari

$$A = kL^n$$

maka

$$\log A = n \log L + \log k$$

dan grafik dari $\log A$ (pada sumbu vertikal) terhadap $\log L$ (pada sumbu horizontal) harus menghasilkan garis lurus.

Jika nilai log A dan log L dibuat hingga tiga angka penting, diperoleh seperti berikut :

Log L	0,301	0,477	0,602	0,699	0,778
Log A	1,02	1,37	1,62	1,81	1,97

Grafiknya seperti terlihat berikut ini, yaitu grafik yang memperlihatkan bahwa $A = kL^n$.

Dengan memilih dua titik pada garis, misalnya (0,778, 1,97) dan (0,301, 1,02) dan mensubstitusikannya dalam $\log A = n \log L + \log k$, diperoleh

$$1,97 = 0,778 n + \log k \dots\dots\dots (1)$$

$$1,02 = 0,301 n + \log k \dots\dots\dots (2)$$

$$(1) - (2) \quad 0,95 = 0,477 n$$

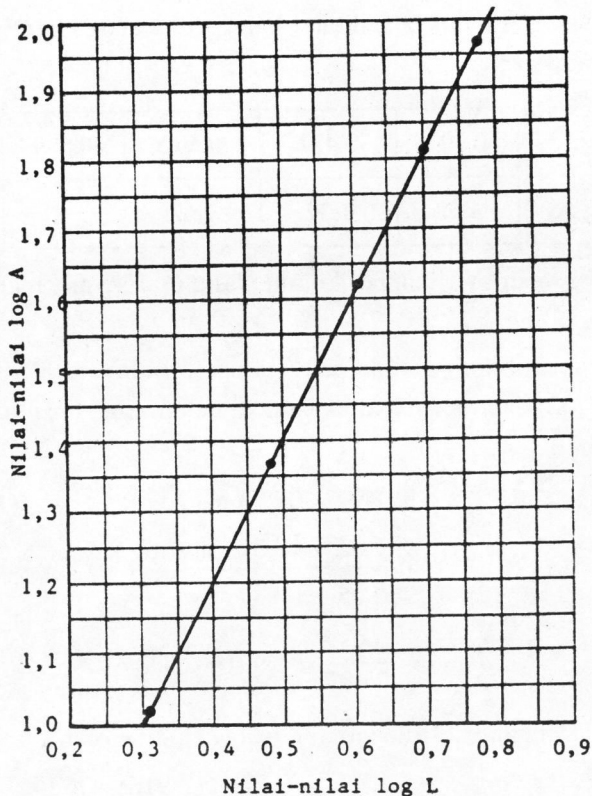
$$n = \frac{0,95}{0,477} = 1,9916.$$

Dengan substitusi nilai n pada (1), diperoleh

$$1,97 = 0,778 (1,9916) + \log k$$

$$\log k = 1,97 - 0,778(1,9916) = 0,4205$$

$$k = 2,633.$$



Apabila dilakukan pembulatan untuk nilai n dan k , sehingga digunakan $n = 2$ dan $k = 2,6$, maka persamaan yang diperoleh adalah $A = 2,6 L^2$ (sesuai dengan rumus luas permukaan segi enam beraturan).

Soal-soal

1. Tahanan terhadap pergerakan suatu baling-baling ditunjukkan seperti dalam daftar berikut, R adalah tahanan dalam newton dan v adalah kecepatan dalam meter per detik.

R	8,6	19,7	24,2	35,0	47,0
V	4	7	8	10	12

Jika R dan v dihubungkan oleh persamaan $R = av^2 + b$, buatlah grafik garis lurusnya dan tentukan nilai a serta nilai b.

2. Jika W adalah ukuran nominal suatu alat tangan dan P adalah harga jual, yang nilainya seperti diberikan dalam daftar berikut :

W (mm)	20	30	40	50	60
P (Rp)	1000	2250	4000	6250	9000

perlihatkan bahwa $P = aW^2$ ($a = \text{konstan}$) dengan menggunakan grafik, kemudian tentukan nilai a. Berapa harga alat tangan berukuran 80 mm ?

3. Agar faktor keamanan terjamin, dianjurkan menggunakan ukuran diameter poros d untuk menahan torsi T newton meter seperti daftar berikut :

d (mm)	20	30	40	50	60
T (Nm)	80	270	640	1250	2160

Dengan membuat grafik garis lurus, perlihatkan bahwa nilai tersebut sesuai dengan persamaan $T = ad^3$ ($a = \text{konstan}$), kemudian tentukan nilai a. Tentukan pula diameter poros minimum untuk beban 1000 Nm agar memenuhi keamanan.

4. Kecepatan spindel mesin N put/menit dan diameter benda kerja D mm, disajikan dalam daftar berikut :

N (put/menit)	384	320	300	256	240	200
D (mm)	50	60	64	75	80	96

Dengan membuat grafik N terhadap $1/D$, buktikan bahwa hasil kali $N \cdot D$ adalah konstan, dan tentukan nilai konstanta ini.

5. Intensitas radiasi R dari bahan radioaktif tertentu pada waktu t diperkirakan mengikuti aturan $R = kt^n$. Dari percobaan diperoleh data seperti berikut :

R	5,8	43,5	26,5	14,5	10
t	1,5	2	3	5	7

Perlihatkan bahwa perkiraan itu benar dan tentukan nilai k dan nilai n .

6. Informasi berikut diperoleh dari daftar massa M (dalam kilogram per meter panjang) untuk batangan logam berpenampang segi enam, dan lebar kunci (jarak sisi sejajar) adalah F mm.

F (mm)	20	30	40	50	60
M (kg/m)	1,00	2,25	4,00	6,25	9,00

- Dengan menggambar grafik garis lurus, perlihatkan bahwa M dan F dihubungkan oleh aturan $M = aF^n$ dengan a dan n konstan, kemudian hitung nilai konstanta ini.
 - Dengan menggunakan aturan yang ada, tentukan
 - M jika $F = 32$ mm,
 - F jika $M = 16$ kg.
7. Jarak s meter yang dilalui oleh benda jatuh bebas dalam waktu t detik dari keadaan diam, adalah seperti berikut :

t (detik)	2	4	6	8	10
s (meter)	19,6	78,4	176,4	313,6	490

- a. Dengan grafik garis lurus, perlihatkan bahwa s dan t dihubungkan oleh persamaan $s = at^n$ dengan a dan n konstan, kemudian hitung nilai konstanta ini.
- b. Tentukan nilai : (i) s jika $t = 5,3$ (ii) t jika $s = 100$.
8. Daftar berikut memperlihatkan variasi koefisien kekentalan suatu cairan z pada temperatur t yang berbeda.

t ($^{\circ}\text{C}$)	0	6	12	18	24
z	40,0	23,3	13,6	7,9	4,6

Dengan membuat grafik garis lurus yang sesuai, periksalah bahwa z dan t dihubungkan oleh persamaan $z = A.e^{-at}$, kemudian tentukan nilai a dan nilai A .

9. Daftar berikut menunjukkan data hubungan n dan C dari hasil pencatatan umur alat potong.

n	0,19	0,25	0,30	0,4	10
C	11,22	18,62	26,92	61,66	7

Jika keduanya dihubungkan oleh persamaan $C = VT^n$, tentukan nilai V dan T dengan menggunakan grafik.

10. Suatu daftar tentang tekanan p dan volume v suatu gas pada temperatur konstan diperlihatkan seperti berikut :

p	90	110	130	150	170	190
v	16,66	13,64	11,54	9,95	8,82	7,89

Dengan membuat grafik p terhadap kebalikan v , tentukan beberapa hubungan antara p dan v . Tentukan pula nilai konstanta yang digunakan pada hubungan itu.

C. GRAFIK PERSAMAAN KUADRAT

Prinsip Dasar

Mempelajari cara membuat grafik persamaan kuadrat dan mengaplikasikannya pada penyelesaian soal.

Mempelajari cara menentukan harga maksimum dan minimum dari persamaan kuadrat dan mengaplikasikan pada penyelesaian soal.

Contoh

1. Suatu benda bergerak menempuh jarak s meter setelah waktu t detik berdasarkan persamaan

$$s = 5 + 16t - 2t^2.$$

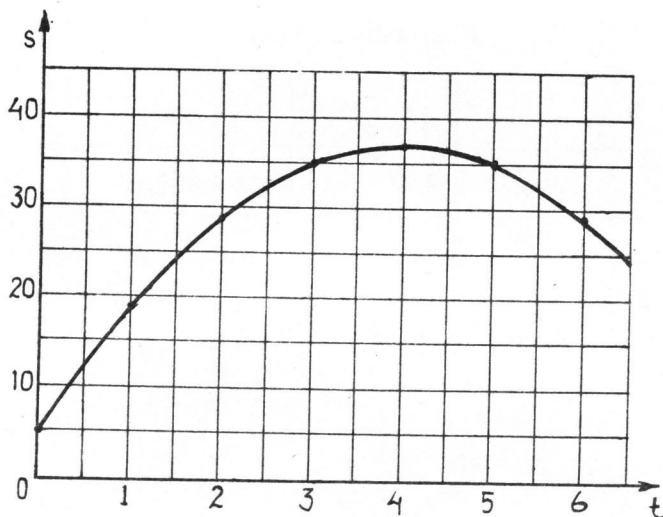
Buat grafik persamaan tersebut dengan batasan nilai t dari $t = 0$ hingga $t = 6$, kemudian tentukan nilai maksimum s .

Penyelesaian :

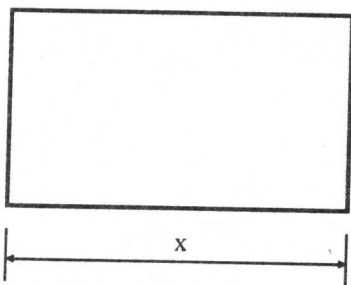
Untuk memudahkan dalam menggambarkan grafik dibuat daftar sebagai berikut :

t	0	1	2	3	4	5	6
s	5	5	5	5	5	5	5
$16t$	0	16	32	48	64	80	96
$-2t^2$	-0	-2	-8	-18	-32	-50	-72
s	5	19	29	35	37	35	29

Grafiknya adalah seperti yang ditunjukkan dalam gambar berikut. Dari grafik terlihat bahwa maksimum terjadi pada saat $t = 4$. Hal itu sesuai dengan harga-harga yang terdapat dalam daftar yang dibuat, yaitu grafiknya simetri terhadap garis $t = 4$. Pada saat $t = 4$ diperoleh $s = 37$. Jadi nilai maksimum $s = 37$ m, jika $t = 4$



2. Plat strip yang panjangnya 10 m dibengkok menjadi bentuk seperti



gambar. Perhatikan bahwa luas yang dibatasi oleh plat diberikan oleh $A = 5x - x^2$. Kemudian buat grafik $A = 5x - x^2$ untuk harga x antara 0,5 dan 4 dan tentukan harga x agar luasnya maksimum serta nyatakan luas maksimum tersebut.

Penyelesaian :

Karena panjang plat diketahui, berarti keliling persegi panjang adalah 10 m, sehingga lebar persegi panjang adalah

$$\frac{10 - 2x}{2} = 5 - x.$$

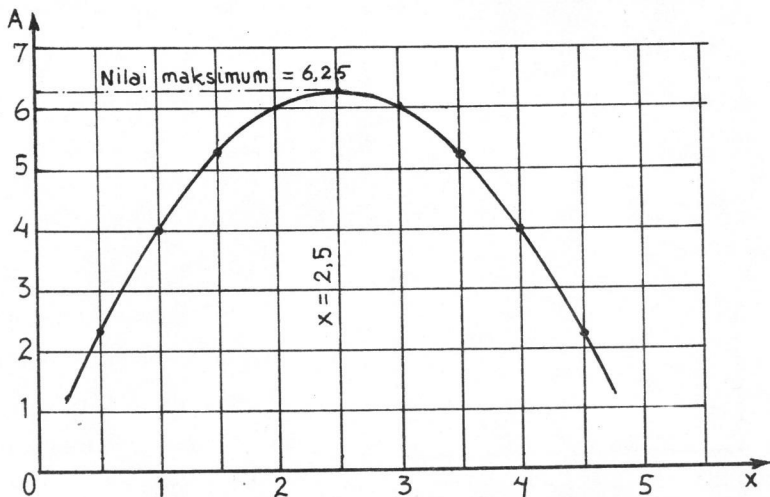
Luas persegi panjang diperoleh dengan mengalikan panjang dan lebarnya, yaitu :

$$A = x(5 - x) = 5x - x^2$$

Untuk pembuatan grafiknya dibuat daftar seperti berikut :

X	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
$A + 5x - x^2$	2,25	4,00	5,25	6,00	6,25	6,00	5,25	4,00

Grafiknya seperti yang diperlihatkan pada gambar berikut, dimana dapat dilihat bahwa nilai maksimum A terjadi di titik P. Karena koordinat titik P adalah (2,5 , 6,25),

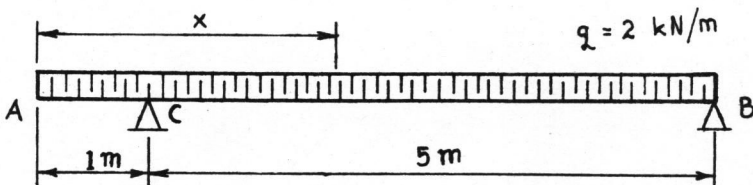


maka luas maksimum dicapai jika $x = 2,5$ m dan luas maksimumnya adalah $6,25 \text{ m}^2$.

Soal-soal

1. Suatu plat yang lebarnya 16 satuan, pada kedua ujungnya ditekuk tegak lurus sepanjang x satuan sehingga berbentuk U.
 - a. Tentukan persamaan luas penampang (A) untuk aliran sebagai fungsi dari x .

- b. Dengan menentukan nilai-nilai A terhadap x , untuk $x = 1$ hingga $x = 7$, tentukan nilai maksimum A dan nilai x yang sesuai.
2. Jumlah panjang ketiga sisi suatu segitiga siku-siku adalah 12 cm.
- Dengan memisalkan salah satu sisi sebagai x , tentukan persamaan untuk luas segitiga (A) sebagai fungsi dari x .
 - Buat grafik hubungan antara A dan x untuk variasi nilai x antara 2 dan 10, kemudian tentukan nilai x agar A maksimum, dan hitung pula luas maksimumnya.
3. Suatu benda ditembakkan vertikal ke atas dengan kecepatan 47 m/det, jarak s di atas titik asal ditembakkan setelah waktu t diberikan oleh $s = 47t - 4,9t^2$. Tentukan nilai s maksimum dan berapa waktu t nya. (gunakan nilai t dari 4 hingga 6 pada interval 0,8).
4. Kecepatan (v) suatu benda setelah t detik diberikan oleh persamaan $v = 5 + 7t - 2t^2$ m/det.
Buat grafiknya dan tentukan waktunya pada saat v maksimum
5. Keliling (L) suatu plat berbentuk empat persegi panjang, satu sisinya ditandai dengan x .
- Tentukan persamaan luas plat (A) terhadap L dan X
 - Buat grafik hubungan A dan x dari $x = 0,1 L$ hingga $x = 0,4 L$ dengan interval $0,05 L$, untuk menunjukkan bahwa luas maksimum terjadi jika $x = 0,25 L$.
6. Balok AB (lihat gambar) ditumpu pada B dan C. Balok AB merupakan beban merata 2 kN per meter. Momen bengkok pada titik x meter dari A yang terletak pada antara penumpu diberikan oleh rumus $M = 7,2 (x-1) - x^2$. Tentukan momen bengkok maksimum dan jaraknya dari titik A.



KUNCI JAWABAN

BAB I

A.

1. 30,86 mm
2. 6,8 derajat
3. 85 derajat
4. a. 33 derajat/detik
b. 2,38 detik
5. 145°
6. 65°
7. a. 70°
b. 110°
8. $A = 45^{\circ}$, $B = 135^{\circ}$ dan $C = 45^{\circ}$
9. $A = 150^{\circ}$, $B = 60^{\circ}$ dan $C = 60^{\circ}$
10. 42°
11. $30^{\circ}7'$
12. a. 9°
b. 3,5 putaran
c. $\frac{\theta}{9}$ putaran

B.

1. 48 mm
2. $x = 8$ mm dan $y = 4$ mm
3. 45 mm
4. 11,55 mm
5. 11,56 mm
6. 27,74

7. 137,7 mm
8. 4,55 mm
9. 6 mm
10. Tidak diperlukan
11. 13,91 mm
12. 0,06495 inchi

C.

1. 119,83 mm
2. $AB = 25$ mm dan $AC = 43,3$ mm
3. 14,032 mm
4. 10,77 mm
5. 23,1 mm
6. 24,95 mm
7. 31,42 mm
8. 18,3 mm
9. 15,24 mm
10. 3097,6 mm
11. 14,36 mm
12. 20,28 mm

D.

1. $2486,45 \text{ mm}^2$
2. a. 540 mm^2 b. 1296 mm^2 c. 20 %
3. a. $614,2 \text{ mm}^2$ b. 17 %
4. L - 69,124 mm, t = 2 mm dan A = $1382,48 \text{ mm}^2$
5. $61,28 \text{ mm}^2$

6. 11,2 menit
7. $5169,5 \text{ cm}^2$
8. $19\,828,8 \text{ cm}^3$
9. $39\,130 \text{ cm}^3$
10. 1530 cm^3
11. $150,16 \text{ cm}^3$
12. $408,47 \text{ cm}^3$
13. $1271,6 \text{ cm}^3$
14. $925,99 \text{ cm}^3$

E.

1. $\bar{x} = 21,21 \text{ mm}$, $\bar{y} = 39,39 \text{ mm}$
2. $\bar{y} = 66,58 \text{ mm}$
3. $\bar{x} = 71,9 \text{ mm}$
4. $\bar{x} = 2,8 \text{ mm}$
5. $\bar{x} = 10,5 \text{ mm}$
6. $\bar{x} = 10,8 \text{ mm}$
7. $\bar{x} = 7,01 \text{ mm}$
8. $\bar{x} = 6,98 \text{ mm}$, $\bar{y} = 6,48 \text{ mm}$
9. $\bar{x} = 5,25 \text{ mm}$, $\bar{y} = 3,5 \text{ mm}$
10. $\bar{x} = 34,8 \text{ mm}$
11. $142,43 \text{ cm}^3$
12. $711,67 \text{ cm}^3$
13. $2,86 \text{ dm}^3$
14. $181,9 \text{ cm}^3$
15. $2,81 \text{ dm}^3$
16. 16 m^2

BAB II

TRIGONOMETRI

A.

1. 39,223 mm
2. 5,08 mm
3. 35,515 mm
4. 37,79 mm
5. $80^{\circ}3'$
6. 5 mm
7. $\bar{x} = 21,084$ mm
 $\bar{y} = 14,916$ mm
8. 142,4 mm
10. 30,797 mm
12. 151,73 mm
14. 10,089 mm
16. 12,715 mm
17. 58,906 mm
18. $202,732 \text{ mm}^2$
19. a. $400,959 \text{ mm}^2$ b. $120,711 \text{ mm}^2$
20. 7,624 mm

B.

1. a. 150 mm
b. $36^{\circ}48'$
c. $66^{\circ}48'$
2. $x = 11,698$ mm
 $y = 32,139$ mm
3. a. $28^{\circ}4'$
b. $x = 150$ mm
 $y = 80$ mm
4. $AB = 39,34$ mm
 $BC = 55,636$ mm
5. 42,639 mm
6. 30,588 mm

7. $AO = 10,967 \text{ mm}$

$BO = 5,775 \text{ mm}$

8. $20,545 \text{ mm}$

9. a. $44^{\circ}11'$

10. a. $26^{\circ}27'$ dan $93^{\circ}33'$

b. $0,0614 \text{ detik}$

b. $x = 53,44 \text{ mm}$ dan $y = 119,76 \text{ mm}$

c. $36^{\circ}52'$

C.

1. $\frac{1}{\sqrt{27}}, \frac{6}{\sqrt{27}}$ dan $\frac{1}{6}$

3. -

5. $29^{\circ}4'$

7. $7^{\circ}20'$

2. $0,8, 0,6$ dan $1,333$

4. 0

6. $34^{\circ}56'$

8. $40^{\circ}3'$

BAB III

FUNGSI DAN GRAFIK

A.

1. a. 13,6 b. 56
2. Rp 15.000,-
3. 60 mm
4. 300 put/menit, diperoleh dari $N = 300 - 5t$
5. $S = 720 C + 350$
6. $m = 4$ dan $c = 8$
7. $a = 0,108$, $b = 0,05$ dan $0,59$ mm
8. $a = 10$, $b = 8$

B.

1. $a = 0,3$ dan $b = 4$
2. $a = 2,5$ dan Rp. 1600,-
3. $a = 0,01$ dan $46,4$ mm
4. $N.D = 19200$
5. $k = 100$ dan $n = -1,2$
6. a. $a = 0,0025 = \frac{1}{400}$, $n = 2$
b. (i) 2,56 kg (ii) 80 kg
7. a. $a = 4,9$, $n = 2$
8. $A = 40$, $a = 0,09$
9. $v = 2,4$ dan $T = 3340,5$
10. seperti $P = \frac{a}{p} \longrightarrow a = 1499,4$

C.

1. a. $A = 16x - 2x^2$
b. Nilai A maksimum = 32 ketika $x = 4$
2. a. $A = 6x - \frac{x^2}{2}$
b. Nilai A maksimum = 16 ketika $x = 6$
3. $s = 113$ m ketika $t = 4,8$ detik
4. ? detik
5. a. $A = \frac{Lx}{2 - x^2}$
6. 5,76 kNm, 3,6 mfs

DAFTAR PUSTAKA

1. **Chapman, W.A.J.**, *Elementary Workshop Calculation*, Edward Arnold Limited, 1979.
2. **Chapman, W.A.J.**, *Senior Workshop Calculation*, Edward Arnold Limited, 1978.
3. **Cochrane**, *Engineering Mathematics 1, 2*, McGraw Hill Book Company, 1973.
4. **Dobindon, John**, *Mathematics for Technology 1 and 2*, Penguin Books, 1981.
5. **Ebersole Dennis C.**, *Shop Mathematics*, Prentice Hall, Inc., 1980.
6. **Greer, A and Taylor, GW.**, *Mathematics for Technicians*, Stanley Thornes Ltd., 1980.
7. **Hoffman, Edward G.**, *Practical Problems in Mathematics for Machinists*, Delmar Publishers, 1980.
8. **Page, M.G.**, *Technicians Mathematics 1, 2, 3*, Cassell's TEC Series, 1979.
9. **Rusinoff, S.E.**, *Mathematics for Industry*, American Technical Society, 1973.

DAFTAR PUSTAKA

1. **Chapman, W.A.J.**, *Elementary Workshop Calculation*, Edward Arnold Limited, 1979.
2. **Chapman, W.A.J.**, *Senior Workshop Calculation*, Edward Arnold Limited, 1978.
3. **Cochrane**, *Engineering Mathematics 1, 2*, McGraw Hill Book Company, 1973.
4. **Dobindon, John**, *Mathematics for Technology 1 and 2*, Penguin Books, 1981.
5. **Ebersole Dennis C.**, *Shop Mathematics*, Prentice Hall, Inc., 1980.
6. **Greer, A and Taylor, GW.**, *Mathematics for Technicians*, Stanley Thornes Ltd., 1980.
7. **Hoffman, Edward G.**, *Practical Problems in Mathematics for Machinists*, Delmar Publishers, 1980.
8. **Page, M.G.**, *Technicians Mathematics 1, 2, 3*, Cassell's TEC Series, 1979.
9. **Rusinoff, S.E.**, *Mathematics for Industry*, American Technical Society, 1973.